

THESES

Présentées à la

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

Pour Obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR -INGENIEUR
Spécialité : Mécanique des Fluides

Par

Jacqueline KLEMAN

1ère THESE : Etude d'un écoulement supersonique autour d'un solide de révolution, dans le cas d'un gaz raréfié.

2 ème THESE : Propositions données par la Faculté.
Nouveaux résultats sur les installations de strioscopie. (utilisation des Lasers)

Soutenues le 30 Juin 1966 devant la Commission d'examen

M Ed. A. BRUN Président
MM KESTIN
SIESTRUNCK Examineurs

PARIS 1966



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549020_0026



UNIVERSITE DE PARIS
FACULTE DES SCIENCES DE PARIS
PROFESSEURS

Le Doyen M. ZAMANSKY

PRENANT	T Anatomie & histologie comparée	J.P. MATHIEU	T Physique optique	BELLAIR	T Géologie SPCN
GRASSE	T Evolution des êtres organisés	COUTEAUX	T Cytologie	COTTE	T Physique Electricité
PREVOST	T Chimie organique	CHOQUET	T Théorie des fonctions & topologie	DUBOIS JE	T Chimie organique physique
WYART	T Minéralogie & Cristallographie	FELDMANN	T Biologie végétale marine	LAMOTTE	T Zoologie ENS
TEISSIER	T Zoologie	JOST	T Physiologie comparée	OLMER	T Energétique générale
AUGER	T Physique quantique & relativité	FORTET	T Calcul des probabilités & physique mathématique	GAUTHIER	T Mécanique Appliquée
MONNIER	T Physiologie générale	SCHWARTZ	T Calcul différentiel & intégral	BARCHEWITZ	T Chimie Physique
PIVETEAU	T Paléontologie	CHOUARD	T Physiologie végétale	BROSSEL	T Physique atomique
ROCARD	T Physique E.N.S.	MALAVARD	T Aviation (technique aéronautique)	BUSER	T Physiologie comparée
CARTAN	T Mathématiques E.N.S.	BRELOT	T Analyse supérieure	CAMUS	T Physiologie végétale
LAFFITE	T Chimie générale	NORMANT	T Synthèse organique	CURIEN	T Minéralogie & cristallographie
N...	T Géométrie supérieure	RENARD	T Chimie appliquée	POSSOMPES	T Zoologie
COULOMB	T Physique du globe	DUGUE	T Statistique mathématique	PULLMANN	T Chimie quantique
Mlle COUSIN	T Biologie animale SPCN	SOULAIRAC	T Psychophysiologie	TEILLAC	T Physique nucléaire & radio-activité
CHRETIEN	T Chimie minérale	ULRICH	T Physiologie végétale appliquée	VILLE	T Econométrie
BOCQUET	T Zoologie	KIRRMANN	T Théories chimiques	WILLEMART	T Chimie CPEM
KASTLER	T Physique E.N.S.	CHADEFAUD	T Botanique	FREYMAN	T Recherches physiques
EPHRUSSI	T Génétique	Mlle LE BRETON	T Physiologie de la nutrition	ROLLET	T Chimie minérale
GAUTHERET	Biologie végétale CPEM	LELONG	T Application de l'analyse à la géométrie	Mlle JOSIEN	T Chimie SPCN
LUCAS R.	Recherches Physiques	DEVILLERS	T Anatomie & histologie comparées	CHEVALLEY	T Géométrie algébrique & théorie des groupes
THOMAS A.	T Biologie cellulaire	EHRESMANN	T Topologie algébrique	GERMAIN	T Mécanique théorique des fluides
MORAND	T Physique enseignement	FRANCON	T Physique SPCN	LUCAS G.	T Géologie
SOLEILLET	T Physique CPEM	GLANGEAUD	T Géographie physique, géologie dynamique	AILARD	T Chimie physique
FORTIER	T Mécanique expérimentale des fluides	DODEMENT	T Mathématiques MGP	BERTHELOT	T Physique des particules fondamentales
DRACH	T Zoologie	PISOT	T Technique mathématique de la physique	BRICARD	T Météorologie
QUENEY	T Météorologie & dynamique de l'atmosphère	ROCH	T Géologie	Mme ALBE-FESSARD	T Psycho-physiologie
GALLIEN	T Embryologie	SCHATZMANN	T Astrophysique	M. JULIA	T Etude des molécules naturelles complexes
EICHHORN	T Botanique	TERMIER	T Géologie générale	MAGAT	T Physico-Chimie des rayonnements
DE CUGNAC	T Biologie végétale SPCN	ZAMANSKY	T Mathématiques générales	Mlle QUINTIN	T Electrochimie
Mlle CAUCHOIS	T Chimie Physique	LENNUIER	T Physique MGP	MONOD	T Chimie du métabolisme
THELLIER	T Physique du globe	ROUTHIER	T Géologie appliquée	DE POSSEL	T Analyse numérique
PONCIN	T Mécanique générale	Mme TONNELAT	T Physique théorique	CHARLOT	T Chimie analytique
DUBREIL	T Arithmétique & théorie des nombres	DIXMIER	T Mathématiques MPC	CHATELET	T Chimie CPEM
QUELET	T Chimie organique	SOUCHAY	T Chimie générale	MATTLER	T Physique SPCN
CAGNIARD	T Géophysique appliquée	AIGRAIN	T Electrotechnique	BOUSSIÈRES	T Radiochimie
CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire	BRUSSET	T Chimie systématique	Mme COUTURE	T Thermodynamique & mécanique physique
CUVILLIER	T Micropaléontologie	LEVY	T Physique théorique des hautes énergies	FRANC	T Biologie animale CFEM
JUNG	T Géologie	Mme CHAIX	T Chimie biologique	SCHNELL	T Botanique tropicale
TRILLAT	T Microscopie & diffraction électronique	Mlle HUREL PY	T Biologie végétale CFEM	STOLKOWSKI	T Physiologie générale
WIEMANN	T Chimie organique & structurale	PANNETIER	T Chimie générale I	ACHER	T Chimie biologique
VASSY	T Physique de l'atmosphère	BRUN	T Mécanique des fluides I	BAUDOIN	T Biologie animale CPEM
DESTOUCHES	T Théorie physique	Mme DUBREIL	T mathématiques (agrégation)	BEAUMONT	Biologie animale SPCN
AMIEL	T Chimie générale	Mme LELONG	T Mathématiques II E.N.S.	BLAMONT	Géophysique ionosphère
HOCART	T Minéralogie & cristallographie			BOUREAU	T Botanique
				CURIE D.	Physique MGP

DURAND DELGA	T Géologie	NICOLAS	Géologie appliquée	COHEN TANNOUDJI	Physique atomique
HELLER	T Physiologie végétale	PANICEL	Biologie générale	TAVERNIER	Physique CPEM
TORTRAT	T Calcul des probabilités	RAVIER	T Pétrographie	DURAND M.	Biologie animale SPC N
CAILLEUX	T Géologie SPCN	MOREL F.	T Physiologie comparée	PASCAUD	Physiologie
MAGNAN	Physique Electricité	ROSEAU	T Mécanique théorique des fluides	Mme PETIT	Biologie animale CPEM
DAUDEL	T Mécanique ondulatoire	ROUBINE	Electronique E.S.E.	CAGNAC	Physique (agrégation)
Mle FOURCROY	Biologie végétale SPCN	SILBER	T Chimie CPEM	FALK-VAIRONT	Physique nucléaire
Mme CHOQUET-BRUHAT	Mécanique analytique & mécanique céleste	UEBERSFELD	T Electronique	KRASNER	T Mathématiques
Mle WEIL	T Physiologie générale		T Théories physiques	BENZECRI	T Statistiques
LWOFF	T Microbiologie	HERVE	T Mathématiques	VINH MAU	Physique MGP
SIESTRUNCK	T Mécanique physique & expérimentale	Mme PECKER-WIMEL	T Astrophysique	DUQUESNES	Physique CPEM
CABANNES	T Mécanique générale	BALKANSKI	Physique MPC	SCHUTZENBERGER	Programmation
CAIRE	T Géographie physique & géologie dynamique	LE CORRE	T Electricité	TREMILLON	Chimie MFC
COMOLET	Mécanique des fluides	NATAF	T Physique nucléaire & radioactivité	FAYARD	Chimie MPC
DELLOUE	T Physique de l'exosphère	ECHALIER	Biologie animale CPEM	BUVET	Chimie CPEM
HOUILLOIN	Biologie animale CPEM	BARRAUD	T Physique CPEM	AUTHIER	Physique MPC
OLIVIER	Anthropologie	DARS	Géologie structurale & Appliquée	PICINBONO	T Physique CPEM
SAMUEL	T Mathématiques (ENS jeunes filles)	CAMEFORT	T Botanique (agrégation)	BONNEFILLE	Electronique
THIRY	T Mécanique céleste	VICHNIEVSKI	T Mécanique industrielle	Mme PUISEUX-DAO	Biologie végétale
ABELES	T Physique SPCN	SIGWALT	T Chimie SPCN		
AMAT	T Thermodynamique	BIAQUIERE	Electronique		LE SECRETAIRE GENERAL
AUBOIN	T Géologie	BARUCH	Physique propédeutique		
Mme BENOIT-GUEUTAL	T Physique Nucléaire & radioactivité	ARNOUS	T Physique théorique		
BOUGIS	Biologie végétale marine Villefranche-s/-mer	SLONIMSKI	Génétique		
RIGAUDY	T Chimie SPCN	MALLIAVIN	T Mathématiques propédeutique		
COLLONGUES	Chimie CPEM	GAUDEMAR	Chimie propédeutique		
DUBERT	Biochimie	BROUSSE	T Mécanique théorique		
NOZIERES	Physique Générale	ROSCHE	T Astronomie		
CADIOT	Chimie organique	CUY	T Physique expérimentale		
IVANOFF	Océanographie physique	LAZARD	Mathématiques MPC		
FRANCOIS	Zoologie	MOREL P.	Physique MPC		
TALBOT	Génie chimique	ARSAC	Programmation		
Mme NOUGAREDE	Botanique	LEFEBVRE	Chimie MPC		
BRUHAT	T Mathématiques MPC	BOB	Physique Propédeutique		
FOURNET	Electricité générale	CHAPEVILLE	Biochimie		
DEHEUVELS	T Mathématiques propédeutique	BENOIT	Physique CPEM		
FURON	T Géologie SPCN	RIO	Chimie CPEM		
Mme GANS	T Génétique	JAUZEIN	Géologie ENS		
GENEVES	Biologie végétale CPEM	PREVOST G.	Biologie végétale CPEM		
HUPE	T Pétrographie	FAVARD P.	Biologie animale CPEM		
HOLLANDE	T Biologie générale	Mme CHARNIAUX-COTTON	Evolution des êtres organisés		
LIONS	T Analyse numérique	Mle FICINI	Chimie CPEM		
MAITTE	T Chimie organique	LEQUEUX	Astronomie		

UNIVERSITE DE PARIS

FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY

Janvier 1966

PROFESSEURS

MANGENOT G.	T Biologie végétale	GUERIN	T Chimie des gaz et des combustibles	BOURDU	Physiologie végétale
JACQUINOT P.	T Optique	LESIEUR	T Mathématiques MPC et algèbre	BERKALOFF	Biologie animale CPEM
GUINIER	T Electricité & physique des solides	KOURGANOFF	T Astronomie	Mlle LEFORT	Biologie cellulaire CPEM
GRIVET	T Electronique	ARNOULT	T Physique électronique	Mme LAMBERT	Physique CPEM
BLANC-LAPIERRE	T Accélérateur linéaire	KAHANE	T Mathématiques	BIZOT	Physique MPC
L'HERITIER	T Génétique des virus	BROCHARD	T Physique propédeutique	GUIRAUD	Mécanique
LEMEE	T Ecologie végétale	Mme ROIZEN	T Physique CPEM	LABOUESSE	Chimie SPCN
MOYSE	T Physiologie végétale	BERTEIN	T Electronique		
DODE	T Chimie thermodynamique	MALGRANGE	T Mathématiques		
DENY	T Mathématiques	CORABOEUF	T Physiologie animale		
RIVIERE	T Géologie générale à sédimentation	FRIEDEL	T Physique des solides		
MICHEL	T Chimie minérale	CHEVAUGEON	T Cryptogamie		
MAY	T Anatomie comparée	MEYER	T Physique théorique & atomique		
DELANGE	T Mathématiques	LEHMANN	T Accélérateur linéaire		
CHAPELLE	T Physique expérimentale	CHABBAL	T Physique propédeutique		
LACOMBE	T Métallurgie	DELCROIX	T Physique des plasmas		
BENOIT	T Physiologie générale	CERF	T Mathématiques		
GUINOCHE	T Biologie végétale SPCN	D'ESPAGNAT	T Physique théorique		
NERON	T Mathématiques	SCHAEFFER	T Microbiologie		
NOZERAN	T Botanique approfondie	DE GENNES	T Physique des solides		
CASTAING	T Thermodynamique	Mme MARTY	Physique propédeutique		
ELLENBERGER	T Géologie structurale	GOURDIN	Physique théorique		
LEDERER	T Chimie biologique	PEREZ-Y-JOREA	Physique propédeutique		
RIZET	T Génétique	GORENFLOT	Biologie végétale SPCN		
LENDER	T Biologie animale SPCN	RIOU	Physique nucléaire		
POITOU	T Mathématiques	BROUSSE	Géologie SPCN		
FREON	T Chimie organique	LIORÉ	Physiologie végétale		
TONNELAT	T Biologie physico-chimique	CLAUSER	Chimie biologique		
BRUNN	T Géologie historique	JANCOVICI	Physique atomique		
JEAN	T Physique nucléaire	LURCAT	Physique propédeutique		
BERGERARD	T Zoologie	LE BERRE	Entomologie		
ROGER	T Paléontologie	LAVOREL	Biophysique		
LEFORT	T Chimie nucléaire	PERIO	Physique propédeutique		
LAGARRIGUE	T Physique des hautes énergies	PETIZON	Stéréochimie		
JULLIEN	T Chimie structurale organique	CHEMLA	Chimie des isotopes		
ARNULF	T Optique	MAZIERES	Chimie SPCN		
ROUAULT	T Diffraction électronique	VILKAS	Chimie CPEM		
MARECHAL	T Optique théorique et appliquée	BLANDIN	Physique des solides		
MAZET	T Mécanique générale	BRUN G.	Génétique		
DAVID	T Chimie agrégation	MERCOUROFF	Physique agrégation		
		ANDRE	Microscopie électronique		
		CHEVALLIER	Physiologie animale		
		Mlle MARCOU	Biologie cellulaire CPEM		

J'exprime ma plus profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur Edmond A. Brun qui n'a pas cessé de me guider dans mon travail et qui m'a beaucoup aidée dans la rédaction de cette thèse.

Je remercie Monsieur Kestin (Brown University), Professeur associé à la Faculté des Sciences de Paris, et Monsieur le Professeur Siestrunk qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury de cette thèse.

Je me permets d'assurer Monsieur J. Brocard, Directeur de la S.E.S.S.I.A. (Société d'Etude de Souffleries Supersoniques pour l'Industrie Aéronautique) de toute ma gratitude pour le temps qu'il a bien voulu me laisser consacrer à ce travail de recherche.

Les encouragements et l'aide amicale que m'a apportés Monsieur L. Girerd m'ont été précieux ; je l'en remercie vivement.

L'excellent esprit régnant dans toute l'équipe de la soufflerie SR3 a largement contribué à faciliter ce travail. Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur P. Trépaud pour l'aide qu'il m'a apportée.

Je tiens enfin à rappeler que cette étude a pu être entreprise grâce à un contrat du Centre National d'Etudes Spatiales.

TABLE DES MATIERES

-Liste des notations.

CHAPITRE 1 - Etude et description de la soufflerie- Instrumentation

1.1 Etude et description de la soufflerie

1.11 Etude

1.12 Description

1.2 Instrumentation

1.21 Support de sonde

1.22 Mesure des pressions

1.23 Tuyères

CHAPITRE 2 - Etude expérimentale

2.1 Considérations générales

2.2 Exploration du champ d'écoulement

2.21 Dispositif expérimental

2.22 Interprétation générale des résultats

2.23 Résultats au nombre de Mach 2

2.24 Résultats au nombre de Mach 4

2.25 Comparaison des résultats à $M=2$ et $M=4$

2.3 Mesure des pressions de paroi

2.31 Dispositif expérimental

2.32 Résultats au nombre de Mach 2

2.33 Résultats au nombre de Mach 4

2.34 Comparaison des résultats

CHAPITRE 3 - Etude théorique

3.1 Introduction.

3.2 Méthode du cône tangent

3.21 Calcul théorique

3.22 Comparaison avec les résultats expérimentaux

a) au nombre de Mach 2

b) au nombre de Mach 4

3.3 Méthode " choc détente "

3.31 Rappel du principe de la méthode

3.32 Recherche du corps fictif

3.33 Itération

3.34 Résultats

CONCLUSION -

Annexe A.

A.1 Calcul du paramètre de forme

A.2 Détermination du coefficient de frottement

- LISTE DES NOTATIONS -

A	Aire
a	Vitesse du son
C_f	Coefficient de frottement
d	Diamètre des prises de pression
D	Diamètre des maquettes
h	Hauteur de mercure
K	Nombre de Knudsen
L	Longueur des tuyères
M	Nombre de Mach
N	M/LD
$\mathcal{P}$	Nombre de Prandtl
P	Pression
P_i	Pression de Pitot
q_v	débit volumique
R	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Constante des gaz} \\ \text{Résistance électrique} \end{array} \right.$
$\mathcal{R}$	Nombre de Reynolds
r	Rayon de la maquette
S	Rapport des vitesses moléculaires
s	Coordonnée mesurée suivant la paroi de la maquette
T	Température
u	Vitesse suivant la direction s
X	Coordonnée mesurée suivant l'axe de la maquette
y	Coordonnée mesurée suivant la perpendiculaire à s
Z	Coordonnée mesurée suivant l'axe perpendiculaire à X
γ	Rapport des chaleurs spécifiques
δ	Epaisseur de la couche limite
δ_1	Epaisseur de déplacement de la couche limite
δ_2	Epaisseur de quantité de mouvement
λ	Libre parcours moyen
ν	Viscosité cinématique
ρ	Masse spécifique
θ	Angle de détente de Prandtl Meyer

ω Demi angle local du corps

Indices -

- a Aspiration des groupes de pompage
- b Condition à la paroi du cône en écoulement non visqueux
- c Conditions au col des tuyères
- e Conditions à la frontière de la couche limite
- i Conditions génératrices
- n Conditions sur le cône équivalent, au nez de la maquette
- ρ Conditions à la paroi
- r Conditions de référence
- u Ecoulement uniforme
- t Ecoulement théorique
- w Conditions au nez arrondi de la maquette
- ∞ Conditions statiques de l'écoulement libre

Chapitre 1

DESCRIPTION DE LA SOUFFLERIE INSTRUMENTATION

1, 1 ETUDE ET DESCRIPTION DE LA SOUFFLERIE

Le travail expérimental exposé au chapitre 2 a été effectué dans la soufflerie à gaz raréfié SR3 du laboratoire. Il a été précédé d'une participation à l'étude de cette soufflerie.

1, 11 Etude :

Les données initiales qui ont servi de point de départ à cette étude sont :

- La gamme des pressions de travail, définie pour permettre l'étude des écoulements en régime de glissement et en régime intermédiaire. Cette gamme a été située entre 10^{-1} et 10^{-2} torr, avec la possibilité de descendre ultérieurement jusqu'à $5 \cdot 10^{-3}$ torr, de manière à pouvoir atteindre le régime d'écoulement continu pour un corps qui ne soit pas trop gros (de l'ordre de 5 cm à 10^{-1} torr), et le régime d'écoulement moléculaire libre, pour un corps qui ne soit pas trop petit (de l'ordre de 5 mm à $5 \cdot 10^{-3}$ torr).

- Le débit de la soufflerie, imposé par la condition que, au nombre de Mach 6, il reste encore un noyau uniforme dans le plan de sortie de la tuyère.

- Le désir que la soufflerie soit de type continu, afin de ne pas être gêné dans son exploitation par les temps de réponse qui sont longs en gaz raréfiés.

Le choix du groupe de pompage à utiliser est étroitement lié à la valeur du débit. Celui-ci, comme nous venons de le voir n'a pas été choisi explicitement, mais par la condition que le noyau uniforme à la sortie de la tuyère, ne soit pas nul à Mach 6.

Le premier point de l'étude de la soufflerie a donc été un calcul approché de tuyères, afin de se faire une idée du débit nécessaire. La détermination du noyau théorique (en gaz parfait) de la sortie de tuyère a été fait en adoptant l'hypothèse, quelque peu pessimiste, que la pression d'aspiration des groupes de

pompage P_a , est égale à la pression statique P_∞ dans le jet. Si l'on désigne par T_a la température d'aspiration et par T_∞ la température statique dans le jet, le débit volumique Q_v , mesuré aux conditions d'aspiration, est lié au diamètre théorique ϕ_t du plan de sortie de la tuyère par la relation :

$$Q_v = \frac{T_a}{T_\infty} M \sqrt{\gamma R T_\infty} \cdot \frac{\pi}{4} \phi_t^2$$

ou encore :

$$Q_v = \frac{T_a}{T_i} \cdot \frac{T_i}{T_\infty} M \sqrt{\gamma R \frac{T_\infty}{T_i}} \cdot \frac{\pi}{4} \phi_t^2 \quad (1)$$

Nous avons adopté, pour ce calcul, $T_i = 300$ °K et $T_a = 300$ °K. Avec cette hypothèse, la relation (1) devient :

$$\phi_t^2 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma R T_i}} \cdot \sqrt{\frac{T_\infty}{T_i}} \cdot Q_v$$

ou

$$\phi_t^2 = 0,366 \cdot 10^{-4} Q_v \frac{1}{M} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_i}} \quad (2)$$

relation dans laquelle ϕ_t est exprimé en cm et Q_v en cm³/s.

Si l'on appelle A_t et A_c respectivement l'aire de la section de sortie, et l'aire du col de la tuyère théorique, et ϕ_t et ϕ_c les diamètres correspondants, les tables d'écoulement isentropique permettent d'écrire :

TABLEAU 1

M	T_∞/T_i	$(T_\infty/T_i)^{1/4}$	A_t / A_c	ϕ_t / ϕ_c
2	0,5525	0,863	1,682	1,3
4	0,2358	0,695	10,53	3,24
6	0,1206	0,59	51,45	7,17

Il est maintenant possible, en utilisant la relation (2) et le tableau précédent de calculer, pour différentes valeurs du débit Q_r , les diamètres ϕ_t et ϕ_c pour les nombres de Mach 2, 4 et 6. Les valeurs de ϕ_t et ϕ_c sont données en cm dans le tableau 2.

TABLEAU 2

①	②	③						
m^3/s	$0,366 \cdot 10^{-4} \times \textcircled{1}$	$\sqrt{\textcircled{2}}$	ϕ_t M = 2	ϕ_t M = 4	ϕ_t M = 6	ϕ_c M = 2	ϕ_c M = 4	ϕ_c M = 6
5	183	13,5	8,23	4,68	3,38	6,33	1,45	0,47
10	366	19,1	11,70	6,62	4,75	9,00	2,04	0,661
15	549	23,4	14,3	8,12	5,81	11,00	2,51	0,81
20	730	27,0	16,5	9,35	6,71	12,70	2,88	0,935
25	915	30,2	18,4	10,50	7,50	14,20	3,24	1,045
30	1100	33,2	20,2	11,50	8,20	15,55	3,55	1,14
35	1280	35,8	21,9	12,40	8,90	16,85	3,83	1,24
40	1465	38,3	23,3	13,30	9,54	17,90	4,10	1,33
45	1650	40,6	24,8	14,10	10,1	19,10	4,35	1,41

A partir des valeurs du noyau théorique, il faut procéder à un calcul approché de la couche limite pour déterminer le noyau uniforme.

En écoulement de gaz raréfié, les couches limites se développent très rapidement sur les parois. Du stricte point de vue de la couche limite, il y a donc intérêt à choisir des tuyères aussi courtes que possible ; mais plus la tuyère est courte, plus l'angle de détente au col est grand et plus il y a risque de décollement. Le choix de la longueur optimale est donc le résultat d'un compromis. A l'origine de l'étude, nous avons fait le bilan des tuyères supersoniques travaillant à basse pression [0] à [4], et nous avons ainsi été conduits à choisir, pour effectuer le calcul approché de la couche limite, les longueurs L de divergent des tuyères définies par :

M	2	4	6
L/ϕ_c	2,8	14	33

Nous avons calculé l'épaisseur δ de la couche limite dans le plan de sortie de la tuyère, par la relation de Blasius à laquelle on ajoute un terme correctif qui tient compte de l'influence de la température de paroi et du nombre de Mach.

$$\frac{\delta}{L} = \frac{5,2}{\sqrt{R_L}} \left[\frac{T_p}{T_i} + \frac{1}{3} \mathcal{P} \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right] \quad (3)$$

A titre de justification, la relation (3) a tout d'abord été appliquée au calcul de l'épaisseur de la couche limite de la tuyère à nombre de Mach 4 de l'A.R.D.E., pour laquelle on trouve dans la référence[0] les épaisseurs δ de couche limite mesurées à différents niveaux de pression.

Cette tuyère non refroidie à les caractéristiques suivantes:

$$\begin{aligned} T_i &= 300^\circ \text{K} \\ L &= 170 \text{ mm} \\ L/\phi_c &= 14,1 \\ M &= 4 \end{aligned}$$

Dans ce cas, le calcul du terme correctif de la relation (3) avec $\mathcal{P} = 0,75$ donne :

$$\frac{T_p}{T_i} + \frac{1}{3} \mathcal{P} \frac{\gamma-1}{2} M^2 = 1,8$$

Nous avons comparé sur le tableau -3- ; les résultats expérimentaux de la référence[1], avec le calcul fait, en utilisant la relation (3)

TABLEAU - 3 -

expérimental			théorique		
P_∞	δ / L	R_{cm}	R_L	$\sqrt{R_L}$	δ / L
134	0,053	1340	22800	151	0,062
112	0,053	1120	19050	138	0,068
90	0,075	900	15300	123,5	0,076
50	0,088	500	8500	92,5	0,100
45	0,1125	450	7650	87,5	0,107

Il ressort de la comparaison, que pour des pressions statiques inférieures à 100 microns de mercure, les résultats obtenus en utilisant la relation (3) sont en accord avec les résultats expérimentaux à 10% près, ce qui justifie l'utilisation de la relation (3) pour le calcul approché de la couche limite.

Le débit de la soufflerie est , comme nous l'avons vu , déterminé par le fait qu'il reste un noyau uniforme ϕ_u , au nombre de Mach 6 et à la pression inférieure d'utilisation ($P_\infty = 10$ microns de mercure). Si l'on fait en première approximation , l'hypothèse que l'épaisseur de déplacement δ_1 de la couche limite est égale à $\delta/2$, alors :

$$\phi_u = \phi_t - \delta \quad (4)$$

En utilisant les relations (3) et (4) ainsi que les résultats du tableau -2- , nous allons calculer , au nombre de Mach 6, en fonction du débit volumique Q_v à l'aspiration des groupes de pompage, le diamètre ϕ_u du noyau uniforme dans le plan de sortie de la tuyère.

Les résultats figurent sur le tableau -4-

TABLEAU -4-

$Q_v \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_c \text{ cm.}$	$L \text{ cm.}$	R_L	$R_L^{1/2}$	$\frac{14,6}{R_L^{1/2}}$	$\delta \text{ cm}$	$\phi_t \text{ cm.}$	$\phi_u \text{ cm}$
5	0,47	15,5	6660	81,5	0,179	2,78	3,38	0,60
10	0,661	21,8	9400	97,0	0,151	3,28	4,75	1,47
15	0,81	26,7	11500	107,0	0,136	3,63	5,81	2,18
20	0,935	30,8	13250	115,0	0,127	3,90	6,71	2,81
25	1,045	34,5	14820	122,0	0,120	4,14	7,50	3,36
30	1,140	37,6	16150	127,0	0,115	4,33	8,20	3,87
35	1,240	41,0	17650	133,0	0,110	4,50	8,90	4,40
40	1,330	44,0	18900	137,5	0,106	4,65	9,54	4,89
45	1,410	46,5	20000	141,5	0,103	4,80	10,1	5,30
50	1,490	49,0	21100	145,5	0,100	4,90	10,7	5,80

Si l'on veut pouvoir étudier dans la soufflerie, à $M=6$, des maquettes ayant un diamètre de l'ordre de 1 cm., il faut que le noyau uniforme ait un diamètre minimal de 4 cm.

L'examen du tableau-4- montre que, pour obtenir un noyau uniforme de ce diamètre, il faut que le groupe de pompage ait un débit de $35 \text{ m}^3/\text{s}$.

Pour ce débit, il est intéressant, par un calcul approché, de voir les performances que l'on pourra espérer atteindre aux nombres de Mach 2, 4, 6 et pour des pressions comprises entre 10 et 100 microns de mercure, avec des tuyères non refroidies et avec des tuyères dont la paroi est maintenue à une température de 150°K

Les résultats numériques obtenus sont portés sur la figure 1,1. On voit ainsi qu'à la pression de 50 microns, par exemple, on peut espérer obtenir, avec les tuyères non refroidies,

à Mach 2 , un noyau uniforme de 16 cm.

à Mach 4, un noyau uniforme de 9 cm.

à Mach 6, un noyau uniforme de 7 cm.

On remarque également sur la figure 1,1, qu'à pression statique égale, l'augmentation de noyau uniforme, lorsque l'on passe d'une paroi refroidie à une paroi non refroidie est d'autant plus petite que le nombre de Mach est grand.

Nous connaissons maintenant la zone de pression de travail du groupe de pompage : 10 à 100 microns de mercure, et son débit : $35 \text{ m}^3/\text{s}$. Par rapport à ce débit nous avons pris une marge de 15% pour tenir compte des fuites éventuelles dans le caisson et des incertitudes sur le calcul approché des tuyères , ce qui porte finalement le débit à $40 \text{ m}^3/\text{s}$. Ce débit volumique devra être sensiblement constant dans toute la zone de pression d'utilisation pour pouvoir utiliser dans cette zone des tuyères ayant , pour chaque nombre de Mach , un diamètre de col constant.

Une revue des moyens de pompage existants nous a conduit à la conclusion que le moyen de pompage le moins onéreux, compatible avec la gamme de débit et de pression désiré ainsi qu'avec le délai de construction de la soufflerie , fixé à un an , était constitué par :

- un étage basse pression formé par une pompe à diffusion et à éjecteur
- un étage intermédiaire formé par une pompe ROOTS
- un étage haute pression formé par des pompes à pistons

Finalement la soufflerie a été équipée de deux groupes de pompage 100 B 4 fabriqués par la société " Edwards " et dont les caractéristiques sont les suivantes :

- vide limite : 10^{-4} torr
- débit (pour les 2 groupes).. $40 \text{ m}^3/\text{s}$
- pression..... entre 5 et 70 Hg
- puissance(pour les 2 groupes) 235 Kw.

1,12 Description

La soufflerie SR3 est une soufflerie continue à jet libre , qui permet de fonctionner à des pressions statiques comprises entre 10 et 70 microns

de mercure et à des nombres de Mach supersoniques inférieurs ou égaux à 6.

La soufflerie et ses servitudes sont décrites en détail dans la référence [5]. Le schéma général de la soufflerie est néanmoins reproduit sur la figure 1, 2.

1, 2 INSTRUMENTATION

Nous ne décrivons ici que l'instrumentation qui a été utilisée lors des essais faisant l'objet de la partie expérimentale de ce travail.

1, 21 Support de sonde :

La soufflerie possède un support de sonde à trois directions rectangulaires qui permet l'exploration d'un volume cylindrique de 900 mm. de long et de 600 mm. de diamètre. Le déplacement est assuré soit d'une manière continue à la vitesse de 120 mm. par minute, soit par impulsion correspondant à un avancement d'un cinquantième de millimètre. L'indication de la position dans chacune des trois directions est assurée par un compteur totalisateur qui permet d'apprécier le dixième de millimètre. Une description plus complète du support de sonde est donnée dans la référence [5] .

1, 22 Mesure des pressions.

Les instruments permettant de mesurer les pressions, sont de nature différente suivant la valeur absolue de la pression à mesurer. Divers types de manomètres ont été essayés. Dans le cadre de l'étude présentée ici, trois sortes de manomètres ont finalement été retenus.

- Jauge de Mac Léod.

La jauge de Mac Léod utilisée, est d'une précision très supérieure à celle des jauges habituelles du commerce. Cette grande précision est obtenue grâce à un très grand volume de compression (1293 cm^3) qui a permis de remplacer le tube capillaire habituel par un tube calibré de 3 mm. de diamètre intérieur, et de 400 mm. de hauteur. La jauge est munie en outre, d'un oculaire à grossissement 10 pour la visée des ménisques, et d'une règle graduée en millimètres avec vernier au cinquantième pour le repérage des hauteurs

La gamme de mesure de cet appareil s'étend de 1 torr à 10^{-5} torr. Entre 10 et 100 microns de mercure la précision est de 0,1 micron de mercure.

Cette jauge qui en raison de son grand volume intérieur a un temps de

réponse très long , est utilisée pour la mesure précise de la pression de référence régnant dans le caisson d'expérience .

- Tube en U .

Les tubes en U d'un diamètre intérieur de 6 mm. sont placés à l'intérieur du caisson d'expérience et servent à la mesure des pressions d'arrêt.

Pour les pressions supérieures à 10 mm. de mercure on utilise du mercure pour remplir les tubes. Pour les pressions comprises entre 150 μ et 10 mm. de mercure, on utilise du phtalate de butyle qui a une densité voisine de celle de l'eau (0,98) et qui a une très faible tension de vapeur sous vide.

L'une des branches du tube est reliée à la pression à mesurer P_i' , l'autre branche du tube est ouverte à la pression P_r qui règne dans le caisson. La pression P_R est mesurée à l'aide de la jauge de Mac Léod précédemment décrite.

La lecture des niveaux h_1 et h_2 dans les deux branches du tube en U est faite, à travers le hublot de la soufflerie, avec un cathétomètre qui permet de faire chaque lecture à 0,005 mm. près. La pression à mesurer P_i' en microns de mercure est égale à

$$P_i' = [(h_2 - h_1) - (h_2 - h_1)_0] \cdot 0,077 + P_R \quad (5)$$

Dans la relation (5)

- h_1 et h_2 sont exprimés en microns,
- P_R est exprimé en microns de mercure;
- Le coefficient 0,077 est le rapport des densité du phtalate de butyle et du mercure,

$(h_2 - h_1)_0$ est la différence de niveau des deux branches du tube en U lorsqu'il règne dans le caisson une pression voisine de P_i' , sans qu'il y ait d'écoulement dans la tuyère. Ce terme correctif est dû au dégazage de la canalisation reliant le tube en U à la prise de pression.

L'erreur absolue commise sur P_i' est de 1,5 microns de mercure.

- Manomètre à fil chaud.

Ce manomètre, étudié et mis au point , au laboratoire par P. TREPAUD [6] , sert à la mesure des pressions comprises entre 10 et 200 microns de mercure, c'est à dire à la mesure des pressions statiques et des pressions de paroi. Il est constitué par un fil de platine de 0,02 mm de diamètre et d'envi-

ron 100 mm de longueur. Le fil est logé dans une enceinte cylindrique à double enveloppe, étanche au vide et terminée à une extrémité par un raccord permettant de mettre en communication la jauge avec la pression à mesurer. La double enveloppe permet la circulation d'un fluide isotherme.

Lorsque le fil de platine est alimenté par un courant continu d'intensité constante, il prend une température qui est fonction de la pression régnant dans l'enceinte, et de sa température. Si l'on maintient l'enceinte à température constante, la température du fil, et par suite sa résistance, ne sont fonction que de la pression. On voit donc que cet appareil peut, après étalonnage, servir à la mesure des pressions.

Le circuit électrique de mesure est représenté sur la figure 1.3 La jauge est placée dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone; dans la branche opposée se trouve une cellule identique à la jauge, mais scellée sous vide (la pression qui y règne est de l'ordre de 0,1 micron de mercure). Les deux autres branches sont formées par des résistances variables R_1 et R_2

Le pont est alimenté par une batterie de 2 Volts et, sur sa diagonale, se trouvent placées deux résistances variables R_3 et R_4 . Aux bornes de l'une d'elles est branché un millivoltmètre. Les résistances R_1 et R_2 permettent de régler le zéro du millivoltmètre pour une pression donnée dans la jauge.

Le principe utilisé est celui des jauges de Pirani, mais il a fallu apporter, par rapport aux jauges du commerce, pour obtenir une sensibilité et une précision compatibles avec les mesures à effectuer, les modifications suivantes:

- maintient de l'enveloppe à température constante,
- montage en manomètre différentiel par utilisation de deux cellules identiques qui neutralisent les fluctuations de courant, et permettent une plus grande rapidité de mesure, l'équilibre thermique des deux cellules évoluant dans le même sens.

- alimentation constante.

Les manomètres à fil chaud sont susceptibles d'une grande précision. On peut atteindre facilement une précision de 0,5 micron à condition que l'étalonnage de la jauge soit fait immédiatement avant la mesure.

1, 23 Tuyères .

En gaz raréfiés, le développement des couches limites sur les parois des tuyères est très important et très sensible à la pression comme on a pu s'en rendre compte dans le calcul très approché du paragraphe 1, 11. Une tuyère calculée pour une pression donnée, ne donne un noyau uniforme que dans une très petite zone de pression autour de la pression nominale. Pratiquement nous avons été amenés à calculer et à réaliser autant de tuyères que l'on dési-rait de pression statique, et ceci pour chaque nombre de Mach. Nous avons choisi de nous limiter, pour chaque nombre de Mach, à trois niveaux de pres-sion statique: 20 , 40 et 60 microns de mercure.

Les profils des tuyères de révolution utilisées dans la soufflerie SR3, ont été calculés en ajoutant, dans chaque section, au diamètre du noyau théori-que calculé par la méthode des caractéristiques, l'épaisseur de déplacement de la couche limite. Le calcul de la couche limite a été fait en utilisant la méthode de DURAND et POTTER [7] modifiée [8]

La soufflerie possède six tuyères dont les caractéristiques sont résu-mées dans le tableau 5

TABLEAU - 5 -

$Q_{vm}^{3/5}$	T_0 °C	M		P_{∞} μ de Hg		L mm	Φ mm sortie	Φ uniforme		L / Φ_{cd}
		calculé	mesuré	calculé	mesure			calculé	mesuré	
32, 5	15	2	2, 005	20	17, 8	481, 6	290, 20	129, 5	120	3, 18
28	15	2	2, 06	40	40, 8	481, 6	250, 00	139	140	3, 18
32, 5	15	2	2, 03	60	56, 4	481, 6	257, 00	164	150	3, 18
32, 5	20	4		20	16, 9	512, 3				14, 25
32, 5	20	4	4, 02	40	39, 5	512, 3	173, 32	82, 7	76	14, 25
32, 5	20	4	3, 93	60	60, 5	512, 3	162, 90	88, 9	83	14, 25

Il ressort du tableau 5 que les résultats expérimentaux obtenus lors de l'étalonnage des tuyères, sont en très bon accord avec les résultats du calcul. Il est également intéressant de comparer les diamètres de noyau uniforme

résultants du calcul complet des tuyères (voir tableau 5) avec les résultats du calcul approché donné au paragraphe 1, 11. Comme on le constate sur la figure 1, 4, ces résultats sont très voisins, surtout si l'on tient compte du fait que les calculs approchés ont été fait pour un débit volumique de $35\text{m}^3/\text{s}$ tandis que les points expérimentaux correspondent à un débit de $32,5\text{m}^3/\text{s}$ seulement.

La variation longitudinale de nombre de Mach obtenue dans les trois tuyères au nombre de Mach 2 et dans les trois tuyères au nombre de Mach 4 ne dépasse en aucun cas 0,01 sur une longueur de 150 mm comptée à partir du plan de sortie de la tuyère. A titre d'exemple, nous donnons, sur la figure 1, 5, les gradients longitudinaux des tuyères $M=2$ et $M=4$, 60 microns de mercure, et sur les figures 1, 6 et 1, 7 les gradients transversaux de ses deux mêmes tuyères.

ETUDE EXPERIMENTALE

2, 1

CONSIDERATIONS GENERALES

L'étude expérimentale qui a été entreprise a pour but l'étude de l'écoulement supersonique à basse pression se produisant autour d'une maquette conique à bout arrondi, et de l'évolution de cet écoulement lorsque la pression diminue progressivement et que l'on s'écarte du régime où l'air peut être traité comme un gaz continu.

Dans le but de délimiter les différents régimes d'écoulement qui s'étendent du régime "continu" au régime "moléculaire libre" on définit un paramètre, le nombre de Knudsen, K rapport de la longueur du libre parcours moyen des molécules à une dimension, l , caractéristique de l'écoulement étudié. A partir de la théorie cinétique des gaz, le libre parcours moyen λ a pour expression :

$$\lambda = 1,26 \sqrt{8} \cdot \nu / a$$

Puisque $M = \frac{u}{a}$ et $R = \frac{\nu p}{\mu}$

le nombre de Knudsen peut aussi s'écrire :

$$K = \frac{\lambda}{l} = 1,26 \sqrt{8} \frac{M}{R}$$

On a coutume [9] de considérer que l'air peut être traité comme un milieu continu si

$$K < 5 \cdot 10^{-3}$$

A l'autre extrémité, le régime moléculaire libre est atteint, pour

$$K > 10$$

Le but de notre travail est donc d'obtenir des résultats expérimentaux sur l'épaisseur de la couche limite, sur la forme et l'épaisseur de l'onde de choc pour des nombres de Knudsen compris entre $5 \cdot 10^{-3}$ et 10 , zone où il n'existe pas, pour le moment, de théorie satisfaisante. De nombreux auteurs ont tenté d'apporter une solution théorique aux régimes proches de l'écoulement continu. On peut citer la théorie du

second ordre de la couche limite de Van Dyke [10], les travaux de Maslen [11], de Hayes et Probst [12], de Ferri, Zakkay et Ting [13]. Mais les résultats obtenus par les uns et les autres présentent souvent des différences importantes. L'obtention de résultats expérimentaux dans ce domaine pourrait permettre de confirmer ou d'infirmer ces théories.

Le corps étudié ici est un corps conique d'angle total $2\omega = 18^\circ 30'$ à bout arrondi, terminé à l'aval par un cylindre. Ce corps de forme géométrique simple a été choisi car il représente la tête de la fusée "Bélier" ou "Centaure" dont le diamètre du cylindre est de 304,5 mm et le rayon du nez est de 20 mm. Cette ogive est représentée sur la figure 2, 1.

L'étude expérimentale comporte deux parties distinctes. La première est consacrée à l'étude du champ d'écoulement, la seconde aux mesures de pressions de paroi.

2, 2

EXPLORATION DU CHAMP D'ÉCOULEMENT

Le champ d'écoulement a été exploré aux nombres de Mach 2 et 4. Le nombre de Knudsen que nous considérons comme caractérisant le régime d'écoulement, dans le cadre de cette étude, est défini par le rapport de la longueur du libre parcours moyen de l'écoulement libre λ_∞ au diamètre D de la maquette en essai.

$$K_{\infty D} = \frac{\lambda_\infty}{D}$$

Pour chacun des nombres de Mach étudiés, on a pu expérimenter dans une zone relativement étendue de nombres de Knudsen en faisant varier, soit le niveau de pression statique P_∞ de l'écoulement libre ; soit le diamètre D de la maquette. Nous avons utilisé des maquettes en laiton à l'échelle 1/5 - 1/10 - 1/20 et 1/50 de l'ogive représentée sur la figure 2, 1.

Le tableau 6 indique les nombres de Knudsen atteints dans les différentes tuyères, en fonction de l'échelle de la maquette utilisée.

TABLEAU 6

Tuyères		Echelle maquettes			
M	$P_{\infty} \mu Hg$	1/5	1/10	1/20	1/50
2	17,8	0,0210	0,0420	0,0840	0,210
2	40	0,00932	0,01865	0,0373	0,0932
2	60	0,00625	0,0125	0,0250	0,0625
4	16,9	0,00585	0,0117	0,0234	0,0585
4	40	0,00247	0,00495	0,0099	0,0247
4	60	0,00165	0,0033	0,0066	0,0165

2,21 Dispositif expérimental

L'écoulement a été exploré avec des tubes de Pitot cylindriques terminés par un chanfrein extérieur de 10 degrés [2]. Nous avons utilisé un tube de Pitot de diamètre extérieur: **3** mm pour les explorations autour des maquettes à l'échelle 1/10 et 1/5 ; **1** mm pour les maquettes à l'échelle 1/5 et 1/20.

Dans le premier cas, le tube de Pitot a été relié à un tube en U rempli de phtalate de Butyle. Dans le second cas, le diamètre intérieur du tube de Pitot étant très faible, il n'a pas été possible d'utiliser comme manomètre le tube en U car le temps de réponse était très long, et d'autre part, le terme correctif $(h_2 - h_1)_0$ (voir paragraphe 1,22) devenait du même ordre de grandeur que le terme principal $h_2 - h_1$, en raison du dégazage de la canalisation reliant le tube de Pitot au manomètre. Dans ce cas, le manomètre à fil chaud, décrit au paragraphe 1,22, a été utilisé. Il a été placé immédiatement à la sortie du tube de Pitot, afin de réduire au tant que possible les surfaces susceptibles de dégazer ; et l'on a pris la précaution d'étalonner la jauge à fil chaud avec la jauge de Mac Léod, avant et après chaque série de mesure. On n'a considéré les résultats obtenus comme valables, qu'à la condition que les deux courbes d'étalonnage soient identiques.

soient X la coordonnée mesurée suivant l'axe de la maquette, l'origine étant prise au nez, et Z la coordonnée mesurée suivant la perpendiculaire à l'axe des X ; on a effectué, pour chaque maquette, l'exploration, dans plusieurs sections $X = \text{constante}$. Dans chaque section, on a tout d'abord placé le tube de Pitot à la paroi de la maquette puis on l'en a progressivement éloigné en relevant pour chaque point, la valeur de la pression de Pitot P_w . Il a ainsi été possible de tracer les courbes $P_w = f(Z)$ qui ont la forme générale représentée sur la figure 2,2. Les différentes parties de la courbe peuvent être interprétées de la manière suivante :

- La partie "dc", la plus éloignée de la maquette, où la pression d'arrêt est constante représente l'écoulement non perturbé extérieur à l'onde de choc. Le point "c" est la frontière extérieure de l'onde de choc.
- La partie "c b" où la pression d'arrêt varie très vite, correspond à la traversée de l'onde de choc.
- La partie "b a" à faible gradient de pression correspond à la zone comprise entre l'onde de choc et la couche limite. Le point "a" est la frontière de la couche limite.

Les explorations ont été faites en donnant au tube de Pitot une incidence de $9^\circ 15'$, pour le rendre parallèle à la génératrice de la partie conique de la maquette. Nous avons choisi cette incidence car nous nous intéressons tout particulièrement à la nature de l'écoulement au voisinage de la paroi (mesure des pressions de paroi, épaisseur de la couche limite ...)

Afin de déterminer jusqu'à quelles valeurs de Z , les mesures faites avec un tube de Pitot incliné de $9^\circ 15'$ sont valables, nous avons fait successivement, toutes choses égales par ailleurs, deux explorations, l'une avec un tube de Pitot parallèle à l'axe de la maquette, l'autre avec le même tube incliné de $9^\circ 15'$. Les résultats de ces deux explorations sont représentés sur la figure 2,3 , où l'on constate que, même très loin de la maquette, c'est-à-dire, au-delà de l'onde de choc, il n'exis-

te pas de différence appréciable entre les indications du tube de Pitot incliné et de celui qui est parallèle avec l'axe. Nous avons donc admis, dans tout ce qui suit, que les indications données par le tube de Pitot incliné étaient valables dans tout le champ d'écoulement.

2,23 - Résultats au nombre de Mach 2

Les points expérimentaux obtenus lors des explorations au nombre de Mach 2 sont portés sur les planches suivantes :

Tuyère M = 2 $P_{\infty} = 60 \mu \text{ de Hg.}$

maquette 1/5 figure 2, 4

maquette 1/10 figure 2, 5

maquette 1/20 figure 2, 6

Tuyère M = 2 $P_{\infty} = 40 \mu \text{ de Hg.}$

maquette 1/5 figure 2, 7

maquette 1/10 figure 2, 8

Tuyère M = 2 $P_{\infty} = 17,8 \mu \text{ de Hg.}$

maquette 1/50 figure 2, 9

En coupant les diagrammes obtenus par des droites d'ordonnée constante $P_w = C^{\text{te}}$ et en relevant les valeurs (X, Z) de leur point d'intersection avec chacune des courbes du réseau, on peut tracer dans le plan (X, Z) le champ des lignes d'égale pression d'arrêt. Nous n'avons effectué ces représentations que dans le cas de la tuyère M = 2 $P_{\infty} = 60 \mu$

Nous avons ainsi obtenu :

- le champ des pressions P_w autour de la maquette 1/5 (figure 2-10)
- le champ des pressions P_w autour de la maquette 1/10 (figure 2-11)
- le champ des pressions P_w autour de la maquette 1/20 (figure 2-12)

On voit très bien, qualitativement, sur ces trois figures, l'épaississement de la couche limite et de l'onde de choc quand le nombre de Knudsen passe de $K_{D\infty} = 0,00625$ à $K_{D\infty} = 0,0210$

Simultanément la zone d'écoulement comprise entre la couche limite et l'onde de choc diminue progressivement, et l'onde de choc s'épaissit en perdant de son intensité.

Nous avons enfin porté, sur la figure 2-13, le lieu des points "a" et "c", c'est-à-dire respectivement les points de frontière de la couche limite et de l'onde de choc tels que l'on peut les relever sur les figures 2-4 à 2-9 pour des nombres de Knudsen compris entre 0,00625 et 0,210.

A partir des résultats de la figure 2-13, une tentative a été faite pour essayer de déterminer à quelle loi obéissait l'évolution de la couche limite. Pour cela, on a porté sur la figure 2-14, le rapport de l'épaisseur δ de la couche limite, au diamètre D de la maquette, en fonction du nombre de Knudsen $K_{\infty D}$, défini pour les conditions de l'écoulement libre et pour la longueur de référence D. On constate que les points expérimentaux se placent sur une courbe distincte pour chaque section définie par le rapport $X/D = \text{constante}$. Sur la figure 2-14, on s'est borné à représenter l'évolution de δ/D en fonction de K_D pour les sections

$$X/D = 0,5 - 1 - 2$$

Il a été possible de ramener ces diverses courbes à une seule, en remplaçant, dans les nombres sans dimensions qui définissent les coordonnées, D, par r (X), rayon de la maquette dans la section d'abscisse X.

Les calculs correspondant au changement de coordonnées figurent sur le tableau 7.

TABLEAU 7

K_D	X	D/r	r	$r+\delta$	δ	δ/r	K_r
0,00605	80	3,65	16,42	28,7	12,28	0,746	0,0221
	120	2,62	22,93	36,8	13,86	0,605	0,0158
	160	2,04	29,45	45	15,55	0,528	0,0123
0,00932	20	9,01	6,66	14,8	8,14	1,22	0,0840
	40	6,05	9,93	20	10,07	1,08	0,0564
	80	3,65	16,42	29,8	13,38	0,814	0,0340
	120	2,62	22,93	39	16,06	0,700	0,0244
0,0125	160	2,04	29,45	47	17,55	0,595	0,0190
	40	6,04	9,93	21,7	11,77	1,185	0,0756
	60	4,55	13,17	27	13,83	1,05	0,0569
	80	3,65	16,42	31,8	15,38	0,935	0,0456
0,01865	120	2,62	22,93	41,5	18,56	0,81	0,0327
	40	6,05	9,93	22,8	12,87	1,295	0,1128
	60	4,55	13,17	28,5	15,33	1,168	0,0848
	80	3,65	16,42	33,7	17,28	1,05	0,0681
0,0250	120	2,62	22,93	44	21,06	0,92	0,0489
	160	2,04	29,45	54	24,55	0,833	0,0380
	60	4,55	13,17	30	16,83	1,28	0,1137
	120	2,62	22,93	47,5	24,56	1,075	0,0655
0,210	160	2,04	29,45	58,5	29,05	0,986	0,0510
	100	3,05	19,68	55	35,32	1,8	0,640
	150	2,16	27,82	73	45,18	1,62	0,454

Les valeurs ainsi obtenues de δ/r en fonction de $K_{\infty r}$ sont représentées sur la figure 2-15. L'examen de la figure 2-13 montre que l'angle θ de l'onde de choc loin du nez de la maquette, varie également en fonction du nombre de Knudsen. Nous avons porté sur la figure 2-16, les valeurs de θ en fonction du nombre de Knudsen, relevées sur la figure 2-13. Nous avons également porté sur la figure 2-16, la valeur de l'angle du choc θ_{lim} se produisant à $M_\infty = 2$ sur un cône de demi angle au sommet $9^\circ 15'$ relevé dans les tables d'écoulement conique de Kopal [14]. La figure 2-16 montre que les points expérimentaux,

par extrapolation, donnent la valeur de Kopal pour les nombres de Knudsen petits.

2, 24 - Résultats au nombre de Mach 4

Dans les tuyères à nombre de Mach 4, le noyau uniforme est de l'ordre de 80 mm (voir tableau 5) ; il n'a donc pas été possible d'y faire des mesures avec la maquette à l'échelle 1/5 dont le diamètre est de 60 mm. Nous n'avons utilisé à $M=4$ que les maquettes à l'échelle 1/50 - 1/20 - 1/10.

Le dispositif expérimental était rigoureusement le même qu'au nombre de Mach 2. La pression du Pitot P_w a été relevée, pour chaque maquette, dans différentes sections $X = C^{te}$ en partant de la paroi et en éloignant progressivement la sonde de la maquette.

Les points expérimentaux obtenus lors des explorations sont portés sur les figures suivantes :

Tuyère $M=4$	$P_w = 50 \mu$	maquette 1/10	figure 2-17
Tuyère $M=4$	$P_w = 40 \mu$	maquette 1/20	figure 2-18
Tuyère $M=4$	$P_w = 16,9 \mu$	maquette 1/10	figure 2-19
Tuyère $M=4$	$P_w = 16,9 \mu$	maquette 1/20	figure 2-20
Tuyère $M=4$	$P_w = 16,9 \mu$	maquette 1/50	figure 2-21

A titre d'illustration nous avons représenté, comme pour $M=2$, le champ des lignes d'égale pression d'arrêt dans les cas suivants :

$M=4$	$P_w = 60 \mu$	maquette 1/10	figure 2-22
$M=4$	$P_w = 16,9 \mu$	maquette 1/10	figure 2-23
$M=4$	$P_w = 16,9 \mu$	maquette 1/20	figure 2-24
$M=4$	$P_w = 16,9 \mu$	maquette 1/50	figure 2-25

En comparant ces quatre planches on voit progressivement disparaître la zone d'écoulement non visqueux comprise entre l'onde de choc et la couche limite quand le nombre de Knudsen augmente.

Enfin, l'on a porté sur la figure 2-26 le lieu des points "a" et "c", respectivement frontières de la couche limite et de l'onde de choc, relevés sur les figures 2-17 à 2-21.

En utilisant les épaisseurs de couche limite δ de la figure 2-23, on a calculé le rapport δ/r en fonction du nombre de Knudsen rap-

porté au rayon local r . Les calculs figurent sur le tableau 8, et les résultats obtenus sont portés sur la figure 2-27.

TABLEAU 8

K_D	X	D/r	r	$r+\delta$	δ	δ/r	Kr
0,0033	40	3,05	9,91	16	3,089	0,314	0,0199
	80	3,65	13,42	25	8,58	0,522	0,0120
	120	2,62	22,93	34	11,06	0,482	0,0086
	160	2,04	29,45	43,7	14,05	0,476	0,0067
0,0585	50	5,20	11,54	28,5	16,96	1,47	0,3040
	100	3,05	19,68	46,5	26,82	1,368	0,1785
	150	2,13	27,82	64	37,18	1,333	0,1262
0,0234	20	9,01	6,65	14	7,34	1,10	0,2110
	40	6,05	9,91	21	11,09	1,12	0,1415
	80	3,65	13,42	35	18,58	1,13	0,0854
	120	2,62	22,93	46	23,06	1,01	0,0614
	160	2,04	29,45	57	27,55	0,935	0,0477
0,0117	20	9,01	6,65	12,5	5,84	0,892	0,1055
	40	6,05	9,91	19,5	9,59	0,966	0,0709
	80	3,65	13,42	31	14,58	0,885	0,0427
	120	2,62	22,93	41,7	18,76	0,819	0,0306
	160	2,04	29,45	53	23,55	0,800	0,0239
0,0099	40	3,05	9,91	18,5	8,59	0,866	0,0600
	80	3,65	13,42	28,3	11,88	0,722	0,0361
	120	2,62	22,93	38,2	15,23	0,665	0,026
	160	2,04	29,45	48,8	19,35	0,656	0,0202

On constate sur la figure 2-27 qu'au nombre de Mach 4 tous les points expérimentaux se placent sur une même courbe $\delta/r = G(Kr)$

En ce qui concerne la frontière extérieure de l'onde de choc, on voit, sur la figure 2-26 que son angle varie en fonction du nombre de Knudsen, et l'on a tenté d'exprimer quantitativement cette variation en portant sur la figure 2-28, les valeurs relevées pour θ , en fonction du nombre de Knudsen K_D . La courbe obtenue paraît tendre, pour les pe-

tits nombres de Knudsen vers la valeur $\theta_{lim} = 17^{\circ}2$ relevée dans les tables de Kopal pour $M=4$ et $\omega = 9^{\circ}15'$.

2, 25 - Comparaison des résultats à $M = 2$ et 4

Comparons les résultats obtenus à $M=2$ et à $M=4$ pour l'épaisseur de la couche limite. Pour cela, reportons, sur la figure 2-29 les points obtenus à $M=2$ (figure 2-15) et à $M=4$ (figure 2-27). Il apparaît évident que la courbe δ/λ en fonction de K_λ est une courbe unique à $M=2$ et à $M=4$. On a ainsi atteint expérimentalement, une loi d'évolution de la couche limite sur le corps conique étudié, en fonction du nombre de Knudsen. On peut raisonnablement considérer cette loi comme valable pour tous les nombres de Mach compris entre 2 et 4.

2, 3 MESURE DES PRESSIONS DE PAROI

Les pressions de paroi ont été mesurées aux nombres de Mach 2 et 4, et pour la gamme de nombre de Knudsen indiquée sur le tableau 6. Notons qu'il n'a pas été possible d'utiliser les maquettes à l'échelle 1/50 en raison de leurs dimensions trop petites pour y loger les prises de pression de paroi.

2, 31 - Dispositif expérimental

Les maquettes utilisées sont en laiton, à l'échelle 1/5 - 1/10 - 1/20. Elles sont munies de prises de pression à la paroi dans différentes sections dont les abscisses réduites X/D sont les suivantes :

Echelle des maquettes	Abscisses réduites X/D
1/5 type B	0 - 1,4
type A	0,42 - 0,75 - 1,08 - 1,75 - 2,08 - 2,42 - 2,75 - 2,84 - 2,92 - 3,00 - 3,09
1/10 type B et 1/20 type A	0 - 1,4 0,15 - 0,32 - 0,45 - 1,02 - 1,57 - 2,17 - 2,82 - 3,04.

Sur chaque maquette, les prises de pression ne sont pas situées

sur une même génératrice pour éviter toute interaction d'une prise sur une autre.

Les maquettes du type A sont destinées à donner la forme de la répartition de pression longitudinale.

Les maquettes du type B sont destinées à l'étude de la variation de la pression de paroi en fonction du nombre de Knudsen

-au nez de la maquette

-dans la section $X/D = 1,4$ choisie à la fois loin du nez et de l'épaulement.

Les prises de pression sont des orifices circulaires dont le diamètre "d" varie en fonction du diamètre D de la maquette, de telle sorte que le rapport d/D reste constant. Ceci pour se conformer aux conditions réelles d'utilisation des prises de pression sur une ogive en vol. En effet, au cours du vol, le nombre de Knudsen rapporté au diamètre D de l'engin $K_D = \frac{\lambda}{D}$ varie comme le nombre de Knudsen rapporté au diamètre d de la prise de pression $K_d = \frac{\lambda}{d}$ puisque

$$K_D = K_d \cdot \frac{d}{D}$$

Pour qu'il en soit de même, dans les essais en soufflerie il faut que $d/D = c^te$

Nous avons choisi :

$d = 1,2 \text{ mm}$ pour les maquettes à l'échelle 1/5

$d = 0,6 \text{ mm}$ pour les maquettes à l'échelle 1/10

$d = 0,3 \text{ mm}$ pour les maquettes à l'échelle 1/20

La mesure des pressions est faite à l'aide des jauges à fil chaud décrites au paragraphe 1,22.

Un banc de douze jauges a été placé dans le caisson d'expérience, à proximité même de la maquette. Chaque prise de pression est reliée à une jauge, et un commutateur électrique permet de faire les mesures successivement sur chacune des douze jauges du banc. La longueur des canalisations reliant chaque orifice de pression à la jauge correspondante a ainsi pu être réduite à 20 cm. environ. Le montage est schéma-

tiquement représenté sur la figure 2-30.

Comme nous l'avons vu plus haut, la précision des manomètres à fil chaud est très bonne, à condition de pouvoir en effectuer assez souvent l'étalonnage. En pratique, après avoir réglé les valeurs des résistances R_1, R_2, R_3, R_4 , (figure 1-3) pour obtenir la sensibilité et la gamme de mesure désirée, on procède de la manière suivante :

On établit l'écoulement dans la tuyère et l'on relève, pour chaque jauge 1, 2, ... n l'indication correspondante du millivoltmètre $N_1, N_2, N_3, \dots$ puis on arrête l'écoulement, on ferme la vanne d'isolation ① et au moyen de la vanne d'entrée d'air ② (figure 2-30) on établit successivement dans le caisson, la pression P_1 pour laquelle le millivoltmètre branché sur la jauge 1 redonne l'indication N_1 , la pression P_2 pour laquelle le millivoltmètre branché sur la jauge 2 donne l'indication $N_2 \dots$ et l'on mesure à chaque fois les pressions $P_1, P_2 \dots$ avec la jauge de Mac Léod décrite au paragraphe B 1, 21. Lorsque ces mesures sont faites on rétablit l'écoulement dans la tuyère et l'on relève, de nouveau pour chaque jauge les indications $N'_1, N'_2 \dots N'_n$ du millivoltmètre.

On ne considère la mesure des pressions ainsi réalisée comme valable, que si $N'_1 = N_1, N'_2 = N_2 \dots N'_n = N_n$.

En opérant de cette manière on élimine complètement le dégazage des canalisations qui est l'une des causes principales d'erreur systématique. La précision de la mesure est alors fonction de la stabilité du courant d'alimentation, et de la constance de la température de l'enveloppe de la jauge. En opérant, comme nous l'avons fait, avec des batteries, on arrive à obtenir une précision de 0,5 micron. Il faut ajouter à cette erreur, celle que l'on commet au moment de l'étalonnage, par utilisation de la jauge de Mac Léod, soit 0,1 micron. Finalement l'erreur totale maximale sur la mesure d'une pression de paroi est de 0,6 microns.

2, 32 -Résultats au nombre de Mach 2

Les essais ont été faits, dans la tuyère 60 microns avec les

maquettes au cinquième et au dixième, et dans la tuyère 17,8 microns avec les maquettes au 1/10 et au 1/20

Les résultats obtenus sont résumés ci-dessous.

$P_{\infty} = 60$ microns - maquette 1/5 - $K_D = 0,00625$

X/D	0,42	1,4	2,75
$P_r (\mu)$	89	80	74
P_r / P_{∞}	1,48	1,33	1,23

- maquette 1/10- $K_D = 0,0125$

X/D	0	0,15	0,45	1,40	2,82
$P_r (\mu)$	390	98,5	91	81	74,5
P_r / P_{∞}	6,5	1,64	1,52	1,35	1,24

- maquette 1/10- $K_D = 0,042$

X/D	0	0,15	1,02	2,82
$P_r (\mu)$	136	33	27	23,8
P_r / P_{∞}	7,65	1,85	1,515	1,34

- maquette 1/20 $K_D = 0,084$

X/D	0	1,4
$P_r (\mu)$	150	27,8
P_r / P_{∞}	8,42	1,56

On a tracé, sur la figure 2-31, les répartitions longitudinales de pression de paroi, et, sur la figure 2-32, l'évolution de la pression de paroi au point d'abscisse réduite $X/D = 1,4$ en fonction du nombre de Knudsen.

Au nombre de Mach 4, comme nous l'avons déjà signalé, il n'a pas été possible d'utiliser les maquettes à l'échelle 1/5 ; les expériences ont donc été faites avec les maquettes à l'échelle 1/10 et 1/20, dans la tuyère 60μ , et dans la tuyère $16,9\mu$

Les résultats obtenus sont résumés ci-dessous :

Tuyère $P_{\infty} = 60\mu$ -maquette 1/10 KD=0,0033

X/D	0	0,15	0,45	1,02	1,40	1,57	2,17	2,82
$P_r(\mu)$	1200	160	126,5	120	118	117	114	113
P_r/P_{∞}	20	2,67	2,11	2	1,96	1,95	1,90	1,88

-maquette 1/20 KD=0,0066

X/D	0	1,4
$P_r(\mu)$	1360	125
P_r/P_{∞}	22,6	2,09

Tuyère $P_{\infty} = 16,9\mu$ -maquette 1/10 KD=0,0117

X/D	0	0,15	1,02	2,17
$P_r(\mu)$	458	55	43,6	38,5
P_r/P_{∞}	27,1	3,26	2,58	2,28

-maquette 1/20 KD=0,0234

X/D	0	1,4
$P_r(\mu)$	510	44,3
P_r/P_{∞}	30,2	2,62

Les répartitions longitudinales de pression de paroi obtenues à $M = 4$ sont tracées sur la figure 2-33, et l'évolution, en fonction du nombre de Knudsen, de la pression de paroi au point d'abscisse réduite $X/D = 1,4$ est représentée sur la figure 2-34.

2,34 -Comparaison des résultats

En ce qui concerne les répartitions longitudinales de pression de paroi, la comparaison des résultats obtenus aux nombres de Mach 2 et 4 sera faite au chapitre 3. Nous étudierons, ici, les résultats obtenus pour les pressions P_w mesurées au nez de la maquette, c'est-à-dire pour $X/D = 0$.

Dans ce but, nous avons calculé les valeurs limites de la pression P_w en écoulement continu d'une part, en écoulement moléculaire libre d'autre part.

En écoulement continu, on peut considérer que l'ensemble de la maquette joue le rôle d'un tube de Pitot. La pression P_w peut alors être calculée comme étant égale à la pression d'arrêt P'_L derrière le choc droit, au nombre de Mach considéré.

En écoulement moléculaire libre, la valeur de la pression se calcule en faisant le bilan des molécules entrant et sortant par l'orifice. Le calcul fait par J. H. de Leeuw et D. E. Rothe [15] aboutit à la relation :

$$\frac{P_w}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_j}} = F(S_\infty)$$

relation dans laquelle

- P_w est la pression mesurée par une jauge en communication avec l'orifice
- P_∞ et T_∞ sont les pression et température statique de l'écoulement.
- T_j est la température de la jauge.
- S est le rapport des vitesses moléculaires
- $F(S)$ est la fonction de S représentée sur la figure 2-35

Dans notre cas, la relation (6) a été appliquée en prenant pour T_j la valeur de 20°C . En effet la température de la jauge est détermi-

née par la température du fluide isotherme circulant dans son enveloppe. Dans toutes nos expériences cette température a été maintenue constante et égale à 20°C.

Les valeurs limites de P_w en écoulement continu, et en écoulement moléculaire libre sont données sur le tableau 9.

TABLEAU 9

M	P_t'/P_t	P_∞/P_t	$\frac{\text{continu}}{P_t'/P_\infty}$	F(S)	T_∞/T_j	$\sqrt{T_\infty/T_j}$	mol. libre P_w/P_∞
1,2	0,9928	0,4113	2,41	4,8	0,7743	0,88	5,45
1,4	0,958	0,3136	3,06	6	0,7159	0,845	7,10
1,6	0,894	0,2348	3,80	7	0,6586	0,81	8,65
1,8	0,813	0,1737	4,68	8,3	0,6038	0,779	10,68
2	0,723	0,1277	5,66	9,7	0,5525	0,745	13,00
2,2	0,630	0,0934	6,75	11,1	0,5050	0,710	15,62
2,4	0,542	0,0684	7,94	12,5	0,4616	0,68	18,40
2,6	0,462	0,0502	9,20	14,5	0,4222	0,65	22,30
2,8	0,392	0,0369	10,62	16,2	0,3865	0,623	27
3	0,330	0,0273	12,10	18	0,3544	0,595	30,30
3,2	0,278	0,0204	13,32	20	0,3254	0,57	35,10
3,4	0,234	0,01523	15,37	22,2	0,2993	0,546	40,60
3,6	0,197	0,01148	17,20	24,4	0,2759	0,526	46,40
3,8	0,166	0,0087	19,05	26,8	0,2548	0,505	53,10
4	0,141	0,0067	21,17	29,4	0,2358	0,485	60,70
4,5	0,0934	0,0035	23,60	35,9	0,1961	0,443	81,0
5	0,0631	0,0019	32,80	42,5	0,1650	0,406	104,5
5,5	0,0435	0,0011	39,50	50,7	0,1403	0,375	135
6	0,0305	0,0006	46,80	60	0,1206	0,348	172,5

Sur la figure 2-36 on a porté, dans un diagramme P_w/P_∞ et K_D , les limites de P_w/P_∞ qui ont été calculées sur le tableau 9, ainsi que les points expérimentaux obtenus à $M = 2$ et $M=4$.

Les points expérimentaux sont en bon accord avec les valeurs limites calculées, et fixent la forme des courbes $P_w/P_\infty = f(K_D)$

pour $M = 2$ et 4 . Il est maintenant possible de tracer, par analogie, les courbes aux nombres de Mach intermédiaires, en utilisant les valeurs limites calculées pour ces nombres de Mach. La figure 2-36 peut être considérée comme une abaque donnant le rapport P_w/P_∞ de la pression mesurée au nez, à la pression de l'écoulement libre pour tous les nombres de Mach compris entre 2 et 4 et pour tous les nombres de Knudsen compris entre 10^{-3} et 10 .

o O o

CHAPITRE 3

ETUDE THEORIQUE

3, 1

INTRODUCTION

Cette étude théorique a pour but le calcul des pressions de paroi et des épaisseurs de couche limite sur le corps conique sans incidence étudié expérimentalement. Il s'agit de proposer une méthode de calcul approchée qui donne des résultats en accord avec les résultats expérimentaux aux nombres de Mach 2 et 4 pour des nombres de Knudsen compris entre 10^{-3} et 10^{-1} . Cette méthode, une fois mise au point, pourra être utilisée pour calculer les pressions de paroi et les épaisseurs de couche limite à d'autres nombres de Mach.

La différence entre la pression à la paroi d'un cône placé dans un écoulement de gaz raréfié d'une part, et dans un écoulement en régime continu à grand nombre de Reynolds d'autre part, est due en partie à l'épaississement de la couche limite, quand on passe du second écoulement au premier. Pour tenir compte de cet épaississement, on considère un corps fictif constitué par le corps réel épaissi en chaque point de la valeur δ_1 dite épaisseur de déplacement de la couche limite. La pression statique étant considérée comme constante au travers de la couche limite, on pourra calculer la pression de paroi comme étant égale à la pression à la frontière du corps fictif placé dans un écoulement de gaz parfait. Nous utiliserons, pour faire ce calcul, la méthode du cône tangent.

3, 2

METHODE DU CONE TANGENT

3, 21

-Calcul théorique

La méthode du cône tangent consiste à relier les paramètres locaux de l'écoulement sur un corps, qui sera pour nous le corps fictif défini plus haut, à l'écoulement non perturbé en amont de l'onde de choc, par la théorie de l'écoulement conique : l'angle ω_2 que fait la tangente à la paroi au point considéré du corps fictif avec l'axe de révolution, est

considéré comme l'angle effectif d'un cône.

L'angle ω_e est lié à l'angle effectif du cône ω_p , et à l'épaisseur de déplacement de la couche limite (fig. 3-1) par la relation :

$$(7) \quad \omega_e = \omega_p + \arctg \frac{d\delta_1}{ds}$$

où s est la coordonnée mesurée suivant la génératrice du cône.

Finalement le calcul par cette méthode se divise en deux étapes qui ne sont pas indépendantes l'une de l'autre.

-Tout d'abord, le calcul des valeurs non visqueuses sur un cône d'angle ω_e ; ces valeurs sont obtenues par lecture et interpolation des tables de Kopal [14].

-Ensuite, le calcul de l'épaisseur de déplacement de la couche limite, à partir des valeurs locales de l'écoulement, en utilisant les résultats de Monaghan [16] pour la plaque plane, auxquels on applique la transformation de Mangler ; ce calcul de la couche limite a été utilisé par Talbot, Koga et Sherman [17]

Si l'on néglige les termes en dM_e/ds , dR_e/ds et dT_e/ds qui apportent une contribution de quelques pour cent seulement, selon Talbot [18], on obtient :

$$(8) \quad \frac{d\delta_1}{ds} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{R_e}} \left\{ \frac{\pi}{2} \left(\frac{T_p}{T_e} - \mathcal{P} \frac{\gamma-1}{4} M_e^2 \right) - (1 + \sqrt{\mathcal{P}} \frac{T_p - T_f}{T_e}) \right\}$$

Dans cette relation :

-L'indice e se rapporte aux conditions à la frontière du corps fictif.

- T_f est la température de frottement donnée par

$$(9) \quad \frac{T_f}{T_e} = 1 + \sqrt{\mathcal{P}} \left(\frac{\gamma-1}{2} \right) M_e^2$$

- C est le facteur de Chapman et Rubesin, défini par :

$$(10) \quad C = \frac{\mu'}{\mu_b} / \frac{T'}{T_b}$$

- T_p est la température sur le cône en écoulement non visqueux.

- T' est une température intermédiaire donnée par

$$(11) \quad \frac{T'}{T_b} = \frac{T_p}{T_b} - 0,468 \sqrt[3]{\mathcal{P}} \frac{T_p - T_f}{T_b} - 0,273 \mathcal{P} \frac{\gamma-1}{2} M_b^2$$

- T_b étant la température sur le cône d'angle ω_p en écoule -

ment non visqueux.

Le problème revient à résoudre simultanément le système d'équations (7) et (8), soit

$$\begin{cases} \omega_e = \omega_p + \arctg d\delta_1/ds \\ \frac{d\delta_1}{ds} = \frac{1}{\sqrt{s}} f(M_e, P_e, T_e) \end{cases}$$

Puisque M_e , P_e , T_e sont des fonctions de ω_e par l'intermédiaire des tables de Kopal, le système à résoudre devient

$$(12) \quad \begin{aligned} \omega_e &= \omega_p + \arctg d\delta_1/ds & (a) \\ \frac{d\delta_1}{ds} &= \frac{1}{\sqrt{s}} g(\omega_e) & (b) \end{aligned}$$

Nous avons choisi de résoudre ce système graphiquement.

Pour cela, nous avons tracé dans un diagramme $\omega_e, d\delta_1/ds$ (fig. 3-2) la courbe représentative de l'équation (a) du système (12) et les courbes représentatives de l'équation (b) du même système, en utilisant comme paramètre $X = S \cos \omega_e$

L'intersection de la courbe (a) avec une courbe (b) donne, pour la valeur de X correspondant à la courbe (b) choisie, les valeurs de $d\delta_1/ds$ et ω_e d'où la valeur de la pression P_e cherchée.

Pour effectuer les calculs, nous avons fait les approximations suivantes :

- La viscosité est calculée par la formule de Sutherland,
- Le nombre de Prandtl est constant et égal à 0,74,
- La température de la maquette est toujours égale à 293°K.

En raison de la masse très importante de la maquette, il est raisonnable de supposer que sa température variera très peu.

En introduisant les équations (9) (10) et (11) dans l'équation (8), on peut mettre celle-ci sous la forme

$$\frac{d\delta_1}{ds} = \frac{1}{s^{1/2}} \frac{(AT_e)^{1/4} D}{2B^{1/2}}$$

Avec

$$A = \alpha_1 + \alpha_2 T_e + \alpha_3 T_e M_e^2$$

$$B = (\beta A + 120) (T_e + 120) P_e v_e$$

$$D = \gamma_1 - \gamma_2 T_e + \gamma_3 T_e M_e^2$$

Les constantes $\alpha \dots, \beta \dots, \gamma \dots$, sont déterminées pour chaque nombre de Mach.

Pour $M = 2$ on a obtenu :

$$\begin{aligned} A &= 0,8298 + 2,407 \cdot 10^{-3} T_e + 0,415 \cdot 10^{-3} T_e M_e^2 \\ B &= (AT_b + 120) (T_e + 120) P_e v_e \\ D &= 18920 - 9,32 T_e + 3,78 T_e M_e^2 \end{aligned}$$

Pour $M = 4$ on a obtenu :

$$\begin{aligned} A &= 1,552 + 0,5210^{-2} T_e + 0,0895 \cdot 10^{-2} T_e M_e^2 \\ B &= (AT_b + 120) (T_e + 120) P_e u_e^2 \\ D &= 15650 - 7,7 T_e + 3,13 T_e M_e^2 \end{aligned}$$

Il faut également noter que d'après la relation (8)

$$\delta_1/s = 2 d\delta_1/ds$$

Les calculs pour $M=2$ $P_\infty = 60 \mu$ de mercure sont portés sur les tableaux 10, et les calculs pour $M = 4$ $P_\infty = 60 \mu$ de mercure, sont portés sur les tableaux 11.

L'examen de ces tableaux, sur lesquels figurent tous les calculs, excepté l'interpolation des tables de Kopal, montre que la méthode de calcul décrite ici peut aisément être mise en oeuvre. Elle nécessite environ deux journées de travail à la main si l'on y inclus l'interpolation des tables et la résolution graphique du système, c'est-à-dire le tracé des courbes dont les points sont calculés sur les tableaux 10-(2) et 11-(2).

Il faut enfin noter que l'on dispose de deux procédés pour faire varier le nombre de Knudsen :

-faire varier l'échelle de la maquette, c'est-à-dire faire correspondre, aux valeurs de X calculées, des valeurs X/D variant en fonction du diamètre de la maquette, c'est-à-dire de son échelle ;

-faire varier la pression P_∞ .

Nous avons vérifié que les résultats obtenus par les deux procédés étaient en bon accord, en faisant un second calcul pour $M = 2$ et pour $P_\infty = 40 \mu$ de mercure. Les calculs ont été faits en utilisant le même procédé que pour l'établissement des tableaux 10 et 11 ,

mais pour ne pas surcharger le texte, nous n'avons reporté sur le tableau 12 que les résultats du calcul.

Nous avons tracé sur la figure 3-3, les répartitions de P_e/P_∞ en fonction de l'abscisse réduite X/D , pour différents nombres de Knudsen. Les courbes correspondant aux nombres de Knudsen 0,00625 - 0,0125 - 0,025 et 0,0625 ont été tracées à partir des résultats du tableau 10, les courbes correspondant aux nombres de Knudsen 0,0373 et 0,0932 ont été tracées à partir des résultats du tableau 12. L'étagement régulier des courbes en fonction du nombre de Knudsen démontre bien l'équivalence des deux procédés.

Pour le nombre de Mach 4 nous nous sommes donc bornés au calcul pour un seul niveau de pression, la variation du nombre de Knudsen ayant été obtenue par changement d'échelle.

ω_e	T_e	$T_e M_e^2$	$0,415 \cdot 10^3 T_e M_e^2$	T_e	μ	$(\mu T_e)^{1/4}$	μT_e	$\mu T_e + 120$	$T_e + 120$	$B^{1/2}$	$g_{32} T_e$	$378 T_e M_e^2$	D	$(\mu T_e)^{1/4} \times D$	$\frac{(\mu T_e)^{1/4} D}{2 B^{1/2}}$
10	177, 55	600	0, 249	0, 137	1, 0000	1, 000	204, 8	164, 1	297, 55	60, 10	1651	2265	19534	78900	0, 0597
11, 5	182, 46	576	0, 239	0, 134	1, 5079	1, 508	213, 6	170, 4	302, 46	60, 10	1700	2180	19400	79200	0, 05745
12	187, 64	549	0, 228	0, 131	1, 0000	1, 000	220, 9	185, 1	307, 64	24 "	1745	2075	19250	79100	0, 0546
13	193, 33	520	0, 216	0, 128	1, 1008	1, 100	228, 9	200, 1	313, 33	24 "	1801	1965	19084	79000	0, 05345
14	199, 35	491	0, 204	0, 125	1, 1148	1, 114	236, 2	215, 3	319, 35	24 "	1859	1858	18919	79000	0, 0500
15	205, 55	457	0, 190	0, 122	1, 1348	1, 134	244, 2	230, 2	325, 55	24 "	1911	1729	18738	79000	0, 0478
16	212, 34	426	0, 177	0, 119	1, 1618	1, 161	256, 6	246, 6	332, 34	24 "	1979	1610	18551	78500	0, 0455
17, 5	219, 18	390	0, 162	0, 116	1, 1988	1, 198	268, 8	268, 8	339, 18	24 "	2040	1474	18354	78200	0, 04375
18	226, 68	353	0, 148	0, 113	1, 5238	1, 523	267, 8	387, 8	346, 68	24 "	2110	1335	18145	78100	0, 04225
19, 5	234, 67	315	0, 131	0, 110	1, 5258	1, 525	268	388	354, 67	24 "	2185	1190	17925	78000	0, 0411
20	242, 75	272	0, 113	0, 107	1, 5268	1, 526	268, 2	388, 2	362, 75	24 "	2260	1057	17717	77700	0, 0401
21, 5	250, 99	231	0, 096	0, 104	1, 5298	1, 529	268, 8	388, 8	370, 99	24 "	2338	874	17456	77300	0, 0392
22, 5	263, 43	181	0, 075	0, 101	1, 5393	1, 539	270	390	383, 43	10 "	2455	686	17151	77000	0, 0385

TABLEAU 10 - (2)

ω_e	$s^{1/2} \frac{d\delta_1}{ds}$	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=0,5$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=0,7$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=1$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=1,5$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=2$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=3$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=4$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=5$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=6$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=7$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=8$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=9$)	$\frac{d\delta_1}{ds}$ ($x=12$)
0	0,0597	0,0839	0,0710	0,0592	0,0485	0,0419	0,0342	0,0296	0,0265	0,0241	0,0224	0,02095	0,01975	0,017
2,5	0,05745	0,0806	0,0684	0,0569	0,0467	0,0403	0,0329	0,0285	0,0255	0,0232	0,0216	0,02015	0,0190	0,016
5	0,0546	0,0763	0,0650	0,0541	0,0444	0,0383	0,0313	0,0271	0,0242	0,02205	0,0205	0,01915	0,01805	0,015
7,5	0,05345	0,0750	0,0635	0,0529	0,0434	0,0375	0,0306	0,0265	0,0237	0,0216	0,0201	0,01875	0,0177	0,015
0	0,05	0,0701	0,0595	0,0495	0,0406	0,0347	0,0286	0,0248	0,0222	0,0202	0,0188	0,0175	0,01655	0,014
2,5	0,0478	0,0670	0,0569	0,0474	0,0388	0,0335	0,0273	0,0237	0,0212	0,0193	0,01795	0,01675	0,0158	0,013

TABLEAU 10 - (3)

$X_{mm.}$	5	7	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
ω_e	13°45	13°06	12°30	11°58	11°37	11°25	10°58	10°48	10°41	10°35	10°30	10°25	10°23	10°20	10°18
$\frac{d\delta_1}{ds}$	0,0786	0,0673	0,0568	0,0470	0,0403	0,0335	0,0290	0,0262	0,0240	0,0221	0,0207	0,0196	0,0186	0,0178	0,017
$\frac{d\delta_1}{ds}$	1,49	1,455	1,419	1,392	1,376	1,363	1,343	1,333	1,329	1,324	1,319	1,316	1,315	1,313	1,312
$\frac{d\delta_1}{ds}$	0,795	0,955	1,15	1,43	1,64	2,038	2,35	2,65	2,918	3,135	3,36	3,57	3,76	3,96	4,13

ω_e	T_e	$T_e M_e^2$	$0,089 \cdot 10^3 \frac{T_e M_e^2}{T_e}$	$0,52 \cdot 10^3 \frac{T_e}{T_e}$	R	$(AT_e)^{1/4}$	$AT_e \cdot 120$	AT_e	$B^{1/2}$	$f, f \cdot T_e$	$\frac{3,13}{T_e M_e^2}$	D	$(AT_e)^{1/4} \frac{D}{2}$	$\frac{(AT_e)^{1/4} D}{2 B^{1/2}}$
10	83	1053	0,943	0,431	2,926	3,87	358	243	7,3210	639	3300	18311	35450	0,0485
12,5	88,5	1009	0,902	0,460	2,914	3,89	357	258	8,110	681	3160	18129	35240	0,0435
15	94,9	986	0,882	0,493	2,927	3,93	358	278	9,0610	730	3085	18005	35390	0,0390
17,5	101,5	954	0,854	0,528	2,934	3,97	358,5	298	10,0810	781	2982	17851	35420	0,03518
20	108,2	910	0,815	0,563	2,930	4,01	358,2	318	11,0610	834	2847	17763	35400	0,0320

TABLEAU 11 - (2)

ω_e	$\frac{5/2}{ds} \frac{d\delta_a}{ds}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=0,5cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=0,7cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=1cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=1,5cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=2cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=3cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=4cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=5cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=6cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=7cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=8cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=9cm}$	$\frac{d\delta_a}{ds} \frac{ds}{X=12cm}$
10	0,0485	0,0681	0,0577	0,0480	0,0394	0,0340	0,0278	0,0240	0,0215	0,0196	0,0181	0,0170	0,01605	0,0139
12,5	0,0435	0,0612	0,0517	0,0431	0,0354	0,03055	0,0249	0,0216	0,0193	0,0176	0,0162	0,01525	0,0144	0,01248
15	0,0390	0,0548	0,0464	0,0386	0,0317	0,0274	0,02235	0,01932	0,0173	0,01575	0,01454	0,0137	0,0129	0,0112
17,5	0,03518	0,0494	0,0418	0,0348	0,0296	0,0247	0,02015	0,01742	0,0156	0,0142	0,0131	0,0123	0,0116	0,01008
20	0,0320	0,0450	0,0380	0,0317	0,0260	0,02245	0,0183	0,01588	0,0142	0,0129	0,0119	0,0112	0,0106	0,0918

TABLEAU 11 - (3)

Xmm	5	7	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120
ω_e	12°45	12°20	11°50	11°25	11°08	10°50	10°38	10°30	10°25	10°20	10°17	10°13	10°11	10°06
$d\delta_1/ds$	0,0610	0,0530	0,0447	0,0372	0,0318	0,0269	0,0235	0,0210	0,0192	0,0179	0,0170	0,0158	0,0152	0,0138
P_e/P_{e0}	2,35	2,28	2,18	2,12	2,08	2,03	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95	1,94	1,93	1,92
$\delta_1 \text{ mm}$	0,617	0,751	0,901	1,125	1,277	1,61	1,94	2,125	2,31	2,48	2,75	2,82	3,038	3,4

TABLEAU 12

Xmm	5	10	20	30	40	50	60	80	100
ω_e	14°70	13°20	12°13	11,63	11,33	11,10	10,96	10,75	10,60
$d\delta_1/ds$	0,095	0,0688	0,0498	0,041	0,0352	0,0318	0,029	0,0251	0,0228
P_e/P_{e0}	1,552	1,46	1,408	1,378	1,361	1,348	1,340	1,331	1,325
$\delta_1 \text{ mm}$	0,961	1,395	2,02	2,495	2,85	3,22	3,53	4,06	4,65

Il reste maintenant à comparer les résultats du calcul aux résultats expérimentaux.

a) Comparaison au nombre de Mach 2 :

Si nous reprenons les courbes expérimentales de la figure 2-31 nous constatons qu'elles ont bien la même allure que les courbes théoriques de la figure 3-3, sauf peut-être au voisinage du nez, ce qui est normal puisque le calcul a été fait dans l'hypothèse d'un nez pointu.

Pour comparer les résultats nous allons donc nous placer assez loin du nez. Pour nous placer dans le cas de la figure 2-32, nous allons considérer la section $X/D = 1,4$. On relève sur la figure 3-3, les valeurs du rapport P_e/P_∞ pour cette section et pour les différents nombres de Knudsen. On porte les valeurs obtenues sur la figure 3-4 et l'on trace ainsi la courbe théorique. On place sur cette même figure les points expérimentaux de la figure 2-32. On voit que les résultats théoriques sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux, pour des nombres de Knudsen inférieurs ou égaux à $3 \cdot 10^{-2}$, les différences relevées étant de 0,6 % dans cette zone. Néanmoins, on peut considérer que la méthode est encore applicable jusqu'à un nombre de Knudsen de 10^{-1} si l'on peut se contenter d'un résultat approché, l'écart relevé en ce point n'étant que de 7 %.

b) Comparaison au nombre de Mach 4

En utilisant les résultats du tableau 11 nous avons tracé, sur la figure 3-5, les répartitions longitudinales du rapport P_e/P_∞ pour différents nombres de Knudsen et nous avons relevé les valeurs correspondant à la section $X/D = 1,4$. Les valeurs ainsi obtenues ont été portées sur la figure 3-6 sur laquelle on a également reporté les points expérimentaux de la figure 2-34.

Les résultats théoriques au nombre de Mach 4 sont en moins bon accord avec les résultats expérimentaux qu'ils ne l'étaient au nombre de Mach 2 : les résultats peuvent être considérés comme identiques à 1 % près, jusqu'à un nombre de Knudsen de $7 \cdot 10^{-3}$ seulement. Pour $K = 2 \cdot 10^{-2}$

l'erreur atteint déjà 11 %.

En conclusion, il semble que la méthode du cône tangent, donne de meilleurs résultats aux nombres de Mach supersoniques faibles; ce résultat recoupe les conclusions de D.M. Ehret [19], selon lesquelles la méthode du cône tangent donnerait des résultats acceptables pour les valeurs du paramètre de similitude inférieures à 1.

Ce paramètre N est défini comme rapport du nombre de Mach, à la finesse du corps ; soit

$$N = \frac{M}{L/D}$$

Dans notre cas, les valeurs de N, pour les deux nombres de Mach étudiés sont :

M	2	4
1/d	2,77	2,77
N	0,722	1,45

Pour les valeurs de N supérieures à 1, la méthode approchée la plus précise serait la méthode de "choc détente".

Nous allons donc essayer d'améliorer les résultats obtenus en appliquant pour M = 4, la méthode choc-détente.

L'examen des figures 3-4 et 3-6 montre également que l'écart entre les résultats théoriques et les résultats expérimentaux augmente quand le nombre de Knudsen augmente. Ceci conduit à penser que le calcul de couche limite qui a été fait, et qui donne de bons résultats en écoulement continu, n'est pas bien adapté dès que l'on s'éloigne de ce régime. Nous allons donc également essayer d'améliorer les résultats obtenus en modifiant le calcul de la couche limite.

3,3

METHODE "CHOC-DETENTE"

Cette méthode de calcul approché des écoulements au voisinage de corps de révolution en régime hypersonique a été mise au point par Eggers et Savin. Les auteurs ont démontré [20][21] que les équations de la variation du nombre de Mach en fonction de l'angle des lignes de courant

à la paroi d'un corps de révolution, en aval du nez, pouvaient approximativement se réduire aux équations de Prandtl Meyer pour les écoulements plans sous réserve que le paramètre de similitude $N = M_\infty \frac{D}{L}$ soit supérieur à un et que le corps de révolution soit pointu.

Pour appliquer cette méthode, il est nécessaire de supposer l'écoulement conique au voisinage du nez. On détermine les caractéristiques de cet écoulement en le supposant identique à celui qui se produirait sur un cône d'un angle ω_N (fig. 3-7). On obtient ainsi le nombre de Mach M_N de l'écoulement à la paroi au voisinage immédiat du nez. La variation du nombre de Mach à la paroi, en aval du nez, est obtenue par l'intermédiaire de l'angle θ de Prandtl Meyer par

$$(13) \theta_A + \omega_A = \theta_N + \omega_N$$

ω_N et θ_N sont connus au nez. En tout autre point A on connaît l'angle ω_A de la paroi avec l'axe, la relation (13) permet donc de calculer θ_A d'où l'on déduit immédiatement M_A . L'écoulement étant isentropique en aval de l'onde de choc, la pression correspondant au nombre de Mach est obtenue par la relation :

$$(14) \frac{P_A}{P_\infty} = \frac{P_A}{P_{choc}} \cdot \frac{P_{choc}}{P_\infty} = \frac{P_{choc}}{P_\infty} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{choc}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right]^{\gamma/\gamma-1}$$

L'augmentation de pression à travers le choc, au nez, caractérisée par le rapport P_{choc}/P_∞ est calculée par la théorie des écoulements coniques.

$$(15) \frac{P_{choc}}{P_\infty} = \frac{2\gamma M_\infty^2 \sin^2 \omega_N - (\gamma-1)}{\gamma+1}$$

Le corps à la surface duquel on calculera le nombre de Mach par la méthode de choc-détente sera de nouveau ici le corps fictif formé du corps réel augmenté de l'épaisseur de déplacement de la couche limite.

3, 32

- Recherche du corps fictif

Pour le calcul de cette couche limite, nous allons mettre en oeuvre une méthode analogue à celle de Durand et Potter [7] qui utilise l'équation intégrale de la quantité de mouvement. Une méthode voisine a récemment été utilisée par Wilson [22]. L'utilisation de cette méthode

de permet de tenir compte, en particulier, de l'effet de courbure transversale qui ne peut plus être négligé lorsque l'épaisseur δ de la couche limite cesse d'être petite par rapport au rayon du corps.

Si l'on conserve le terme de courbure transversale, l'équation intégrale de la quantité de mouvement dans la couche limite, pour un corps de révolution s'écrit :

$$(16) \quad \frac{\partial}{\partial s} \int_0^\delta \frac{r}{r_p} \left(1 - \frac{v}{u_e}\right) \frac{\rho v}{\rho_e u_e} dy + \frac{1}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial s} \int_0^\delta \frac{r}{r_p} \left(1 - \frac{\rho v}{\rho_e u_e}\right) dy + \frac{1}{r_p \rho_e u_e^2} \left[\int_0^\delta \frac{r}{r_p} \left(1 - \frac{v}{u_e}\right) \frac{\rho v}{\rho_e u_e} dy \right] \frac{\partial}{\partial s} (r_p \rho_e u_e^2) = \frac{C_f}{2}$$

avec $r = r_p + y \cos \omega$

En introduisant dans la relation (16) l'épaisseur de déplacement δ_1 et l'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 de la couche limite, ainsi que les deux nouvelles variables δ_1^* et δ_2^* définies respectivement par

$$(17) \quad \delta_1^* = \delta_1 + \frac{\delta_1^2 \cos \omega}{2 r_p} \quad \text{soit} \quad \delta_1^* = \int_0^\delta \frac{r}{r_p} \left(1 - \frac{\rho v}{\rho_e u_e}\right) dy \quad (17b)$$

$$\delta_2^* = \delta_2 + \frac{\delta_2 \cos \omega}{2 r_p} \quad \delta_2^* = \int_0^\delta \frac{r}{r_p} \frac{\rho v}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{v}{u_e}\right) dy \quad (17c)$$

on obtient :

$$(18) \quad \frac{d\delta_2^*}{ds} + \delta_2^* \left[\frac{\delta_1^*/\delta_2^*}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{r_p \rho_e u_e^2} \frac{d(r_p \rho_e u_e^2)}{dx} \right] = \frac{C_f}{2 \cos \omega}$$

Si l'on admet que l'on sache évaluer, dans une section $X = C^{re}$, le paramètre de forme δ_1^*/δ_2^* , et le coefficient de frottement C_f , (voir annexe A) en fonction des conditions à la paroi et à la frontière de la couche limite, alors la relation (18) est une équation différentielle linéaire du premier ordre avec second membre, dont la solution s'obtient en ajoutant, à la solution générale de l'équation sans second membre, une solution particulière de l'équation complète.

On obtient finalement comme solution de l'équation (18):

$$(19) \quad \delta_2^* = \frac{\delta_2^*(0)}{G(X)} + \frac{1}{G(X)} \int_{X=0}^X F(X) G(X) dX$$

relation dans laquelle :

$\delta_2^*(0)$ est la valeur de δ_2^* pour $X = 0$

$$F(X) = \frac{C_f}{2 \cos \omega}$$

$$G(X) = e^{\int_0^X f(x)} \text{ avec } f(x) = \frac{\delta_1^*/\delta_2^*}{v_e} \frac{dv_e}{dx} + \frac{1}{n_p \rho_e v_e^2} \frac{d(n_p \rho_e v_e^2)}{dx}$$

La relation (19) peut s'écrire sous forme de différences finies :

$$(20) \quad \delta_2^*(n+1) = \frac{\delta_2^* n}{e^{\Delta x \sum_0^n f(x)} + F(x_{n+1})e} + \frac{\Delta x}{2} \frac{\frac{\Delta x \sum_0^n f(x)}{e^{\Delta x \sum_0^n f(x)}} + F(x_{n+1})e}{e^{\Delta x \sum_0^{n+1} f(x)}}$$

Si l'on suppose connus tous les paramètres (P_e , T_e , M_e , δ_1 , ...) à la frontière du corps fictif, au point X_n , ainsi que la valeur du paramètre de forme $H = \delta_1^*/\delta_2^*$ au point X_{n+1} (voir annexe A), la relation (20) permet de calculer la valeur δ_2^* au point X_{n+1} . On en déduit la valeur de $\delta_1(n+1)$ par :

$$\delta_1^* = H \delta_2^*$$

La relation (17) permet alors de calculer δ_1 et l'angle ω_e du corps fictif est alors donné par la relation :

$$(21) \quad \omega_e = \arctg \frac{(r_p + \delta_1 \cos \omega_p)_{n+1} - (r_p + \delta_1 \cos \omega_p)_n}{(X - \delta_1 \sin \omega_p)_{n+1} - (X - \delta_1 \sin \omega_p)_n}$$

3, 33

-Itération

La méthode de choc-détente permet, comme nous l'avons vu plus haut, de calculer à partir de ω_e les valeurs de M_e , P_e , T_e ... que l'on réintroduit dans la relation (20) et l'on poursuit ainsi l'itération jusqu'à ce que deux valeurs successives de δ_2^* diffèrent de moins d'une quantité petite, choisie à l'avance.

Nous avons convenu de choisir, pour commencer l'itération au point $n+1$:

$$P_{e,n+1} = P_{e,n}$$

$$T_{e,n+1} = T_{e,n}$$

$$M_{e,n+1} = M_{e,n}$$

Lorsque l'itération est terminée pour un point, on calcule, avant de passer au point suivant, l'épaisseur de la couche limite, en remplaçant dans l'équation (17b) r par son expression en fonction de y .

$$r = r_p + y \cos \omega_p$$

et en faisant le changement de variable $\frac{y}{\delta} = \eta$ on obtient ainsi, pour calculer δ , la relation :

$$(22) \quad \frac{\delta_1^*}{\delta} = \int_0^1 \left(1 - \frac{P_v}{P_e v_e}\right) d\eta + \frac{\delta \cos \omega_p}{r_p} \int_0^1 \left(1 - \frac{P_v}{P_e v_e}\right) \eta d\eta$$

Le calcul "pas à pas" tel qu'il vient d'être exposé, ainsi que l'itération qu'il est nécessaire de faire à chaque pas, représente un volume de calcul très important qui nécessiterait plusieurs jours de travail si on désirait l'effectuer à la main, mais qui se prête très bien au calcul à la machine.

3, 34

-Résultats

Nous avons tout d'abord traité le cas d'une maquette à l'échelle 1/10 placée dans un écoulement uniforme de nombre de Mach 4, la pression statique étant égale à 60μ

Nous avons utilisé différentes valeurs du coefficient k comme il est expliqué dans l'annexe A. La comparaison des valeurs de l'épaisseur δ ainsi obtenues, avec les valeurs expérimentales représentées sur la figure 2-27, nous a conduits à prendre $k = 1,82$ pour laquelle les résultats du calcul et ceux de l'expérience coïncident parfaitement (fig. 3-8)

La valeur ainsi définie pour k , en régime quasi continu puisque le nombre de Knudsen correspondant est de 0,0033, sera conservée pour le calcul de tous les cas traités :

- a) $K_D = 0,0033$ (maq. 1/10, $P_\infty = 60 \mu$, $M=4$)
- b) $K_D = 0,0165$ (maq. 1/50, $P_\infty = 60 \mu$, $M=4$)
- c) $K_D = 0,0247$ (maq. 1/50, $P_\infty = 20 \mu$, $M=4$)

A titre d'exemple, les résultats du calcul du cas a) figurent sur le tableau 13.

TABLEAU 13

X cm.	P _e baries	T _e °K	U _e cm/s	ω _e °	π _p cm.	δ ₁ cm.	δ cm
0, 500	250, 40	95, 54	62500, 01	16, 194	0, 0814	0, 06170000	0, 11150475
0, 750	186, 94	90, 70	63768, 10	12, 704	0, 1221	0, 076988959	0, 13548425
1, 000	184, 29	90, 27	63836, 40	12, 520	0, 1628	0, 091461312	0, 16116014
1, 250	181, 39	89, 74	63918, 88	12, 296	0, 2035	0, 1049400	0, 18496032
1, 500	178, 41	89, 20	64003, 58	12, 063	0, 2443	0, 11738963	0, 20691132
1, 750	176, 27	88, 82	64064, 18	11, 896	0, 2850	0, 12909752	0, 22756290
2, 000	174, 55	88, 51	64112, 70	11, 761	0, 3257	0, 14020813	0, 24717563
2, 250	173, 04	88, 24	64154, 77	11, 644	0, 3664	0, 15079840	0, 26587305
2, 500	171, 93	88, 04	64185, 67	11, 557	0, 4071	0, 16100513	0, 28384304
2, 750	170, 39	87, 77	64228, 49	11, 437	0, 4479	0, 17067829	0, 30093458
3, 000	169, 45	87, 60	64254, 43	11, 363	0, 4886	0, 18002698	0, 31745274
3, 250	168, 82	87, 49	64271, 82	11, 314	0, 5293	0, 18915760	0, 33353695
3, 500	167, 58	87, 27	64306, 02	11, 217	0, 5701	0, 19785830	0, 34892547
3, 750	167, 15	87, 20	64317, 79	11, 183	0, 6108	0, 20641059	0, 36399236
4, 000	166, 34	87, 05	64339, 97	11, 120	0, 6515	0, 21468303	0, 37858308

La distribution de pressions de paroi obtenue dans les trois cas est représentée sur la figure 3-9. L'intersection de ces courbes avec la droite $X/D = 1,4$ a permis de tracer, sur la figure 3-6 la courbe théorique (2). On constate que les nouveaux résultats théoriques sont en bon accord avec les résultats expérimentaux pour les nombres de Knudsen compris entre 10^{-2} et $5 \cdot 10^{-2}$.

On peut expliquer cette meilleure concordance a des nombres de Knudsen relativement grands par le fait que, lorsque le nombre de Knudsen augmente, l'épaisseur du déplacement de la couche limite augmente, et par conséquent, le diamètre du corps fictif augmente ; ce qui provoque un accroissement du rapport de similitude N. On se trouve donc placés, quand le nombre de Knudsen augmente, dans un domaine où la méthode choc-détente donne des résultats plus proches de la réalité.

o O o

CONCLUSION

Les résultats de ce travail peuvent être résumés de la manière suivante :

-Des valeurs expérimentales ont été obtenues, notamment pour les pressions de paroi et pour les épaisseurs de couche limite sur un cône d'angle total 18 degrés, au nombre de Mach 2, pour des nombres de Knudsen compris entre $5 \cdot 10^{-3}$ et $2 \cdot 10^{-1}$, et, au nombre de Mach 4, pour des nombres de Knudsen compris entre $2 \cdot 10^{-3}$ et $6 \cdot 10^{-2}$. Une loi expérimentale a été trouvée qui donne l'épaisseur δ de la couche limite dans toute cette zone. A l'aide des résultats expérimentaux, on a pu tracer les abaques de pression au nez en fonction du nombre de Knudsen pour différents nombres de Mach.

-L'étude théorique a permis de constater : que la méthode du cône tangent associée à la transformation de Mangler pour le calcul de la couche limite permet de prédire les valeurs de la pression à la paroi, avec une précision de l'ordre de 5 % à $M=2$ et de 10 % à $M=4$, les calculs correspondants pouvant être facilement entrepris à la main ; au nombre de Mach 4, la méthode choc-détente, associée au calcul de la couche limite par une méthode proche de celle de Durand et Potter donne de très bons résultats (précision meilleure que 2 %) à partir d'un nombre de Knudsen supérieur à 10^{-2} . Il est probable que cette méthode s'appliquerait d'autant mieux que le nombre de Mach serait plus grand. Les calculs correspondant à cette méthode nécessitent l'emploi d'une machine à calculer.

o O o

ANNEXE A

A.1. CALCUL DU PARAMETRE DE FORME $H = \delta_1^* / \delta_2^*$

Calculons l'expression de H à partir de la définition de δ_1^* et δ_2^* (relations 17 b et 17 c) en remplaçant r par son expression :

$$r = r_p + y \cos \omega_p$$

et en faisant le changement de variable $\eta = y/\delta$.

On obtient :

$$(A1) \quad \frac{\delta_1^*}{\delta_2^*} = \frac{\int_0^1 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_e v_e}\right) d\eta + \frac{\delta \cos \omega_p}{r_p} \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_e v_e}\right) \eta d\eta}{\int_0^1 \frac{\rho_v}{\rho_e v_e} \left(1 - \frac{v}{v_e}\right) d\eta + \frac{\delta \cos \omega_p}{r_p} \int_0^1 \frac{\rho_v}{\rho_e v_e} \left(1 - \frac{v}{v_e}\right) \eta d\eta}$$

Le quotient des premiers termes du numérateur et du dénominateur représente la définition habituelle du paramètre de forme en écoulement compressible plan. Les seconds termes tiennent compte de l'écoulement de révolution. Dans le cas particulier du problème traité ici, δ/r_p varie entre 0,5 et 1,5 (figure 3.7) et $\cos \omega_p = 0,987$ donc,

$$0,49 < \frac{\delta \cos \omega_p}{r_p} < 1,48$$

Pour pouvoir évaluer les différents termes de la relation (A.1) il faut faire une hypothèse sur la forme du profil des vitesses et du profil des températures.

Nous avons choisi :

$$(A.2) \quad \frac{v}{v_e} = 2\eta - \eta^2$$

$$(A.3) \quad T = T_p - (T_p - T_f) \frac{v}{v_e} - (T_f - T_e) \left(\frac{v}{v_e}\right)^2$$

La pression étant constante dans la couche-limite on

a :

$$(A.4.) \quad \frac{\rho}{\rho_e} = \frac{T_e}{T}$$

Les relations (A. 2) (A. 3) (A. 4) permettent maintenant de calculer les quatre intégrales de la relation (A. 1) nous avons fait ce calcul dans le cas :

$$M_{\infty} = 4 \quad , \quad T_p = 293^{\circ}\text{K} \quad , \quad T_i = 293^{\circ}\text{K} \quad , \quad \mathcal{P} = 0,75 \quad , \quad T_e = 83^{\circ}\text{K}$$

et nous avons obtenu :

$$\frac{\delta_1^*}{\delta_2^*} = \frac{0,577 + \frac{\delta \cos \omega_p}{n_p} \cdot 0,1935}{0,0555 + \frac{\delta \cos \omega_p}{n_p} \cdot 0,0348}$$

Nous avons calculé δ_1^* / δ_2^* pour plusieurs valeurs de $\frac{\delta \cos \omega_p}{n_p}$

$\frac{\delta \cos \omega_p}{n_p}$	0	0,5	0,6	0,9	1,2
δ_1^* / δ_2^*	10,4	9,24	9,10	8,66	8,33

les résultats numériques précédents montrent que :

- Si l'on néglige les seconds termes du numérateur et du dénominateur [7] , on peut commettre, dans le cas de notre étude, une erreur comprise entre 10 et 20 % ; ce qui est tout à fait inadmissible.
- Si l'on tient compte des seconds termes, mais en donnant à $\delta \cos \omega_p / n_p$ une valeur constante égale à la valeur moyenne sur une maquette, $0,48 < \delta \cos \omega_p / n_p < 0,61$ par exemple, (figure 3.7), l'erreur que l'on commet n'est plus que de 0,8 %.
- Enfin, et c'est la solution que nous avons adoptée, si dans le calcul "pas à pas", on détermine $\delta_1^* / \delta_2^* (n+1)$ en prenant pour $\delta \cos \omega_p / n_p$ la valeur au pas (n), l'erreur que l'on commet est très inférieure à 1/1000.

A. 2. DETERMINATION DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT -

Le coefficient de frottement sera exprimé comme en [7], en utilisant une température de référence T' définie par

$$T' = 0,5 T_p + 0,22 T_f + 0,28 T_e$$

Ce coefficient est alors mis sous la forme :

$$C_f = \frac{\rho'}{\rho_e} \cdot \frac{0,664 k}{\sqrt{\frac{\rho' u_e s}{\mu'}}}$$

ρ' et μ' étant la masse volumique et la viscosité à la température de référence T' .

Le coefficient k sera ajusté pour donner une épaisseur de couche-limite conforme aux résultats expérimentaux dans l'un des cas traités et l'on vérifiera qu'avec cette valeur on obtient de bons résultats dans les autres cas.

REFERENCES

- [0] First international symposium of Rarefied Gas dynamics (Nice).
- [1] The design instrumentation and operation of the UTIA low density wind tunnel. K. R. ENKENHUS - UTIA Report n°44.
- [2] Design and testing of a Mach 4 axially symmetric nozzle for rarefied gas flows - J. H. OWEN, F. S. SHERMAN, Berkeley Report n° He 150-104.
- [3] Agardograph - n° 39.
- [4] Design and Testing of Mach 6 axially symmetric nozzle for rarefied gas flows. Berkeley Report n° He 150-134.
- [5] Soufflerie à basse pression SR3 - J. KLEMAN - Rapport n°64-5 du Laboratoire d'Aérodynamique.
- [6] Dispositif de mesure des pressions de paroi en écoulement de gaz raréfié - P. TREPAUD - Rapport n° 65-1. Laboratoire d'Aérodynamique.
- [7] Calculation of thickness of laminar boundary layers in axisymmetric nozzles with low density hypersonic flows - J. A. DURAND et J. L. POTTER AEDC TN 61-146.
- [8] Etude de tuyères supersoniques de révolution pour souffleries à basse densité. F. DESESQUELLES, J. KLEMAN, J. MILLER, P. SEURIN. Rapport n° 65-2. Laboratoire d'Aérodynamique.
- [9] "Flow of rarefied gases" Div H of Fundamentals of Gas dynamics SCHAAF S. A. CHAMBRE P. L. - 1958 - Princeton University Press.
- [10] Second order Boundary layer theory for blunt bodies in hypersonic flow, Hypersonic flow Research. (FR. Riddell Ed) Academic Press 1962, pp 370-375.
- [11] Second order effects in laminar Boundary layers. S. H. MASLEN - AIAA journal - 1, (1963).
- [12] Hypersonic flow theory - W. D. HAYES, R. F. PROBSTEN Academic Press - NEW-YORK.
- [13] Blunt body heat transfer at hypersonic speed and low Reynolds Number - A. FERRI, V. ZAKKAY, L. TING - JAS. 28 (1962).
- [14] Tables of Supersonic flow around Cônes. Staff of computing section under direction of Zdenek Kopal - Cambridge 1947. Tech Rep n°3.
- [15] A numerical solution for the free-molecular impact pressure probe relation for tubes of arbitrary length - J. H. de LEEUW, D. E. ROTHE - UTIA report n° 88 (1962).
- [16] Approximate solution of the compressible laminar boundary layer on a flat plate. R. J. MONAGHAN - ARC. R et M n° 2760 (1953).

- [17] Hypersonic viscous flow over slender cones. L. TALBOT, T. KOGA, P. M. SHERMAN - JAS n° 11 vol 26 - (Nov 1959).
- [18] Pressions sur des cones et des plaques planes placées dans un écoulement hypersonique - L. TALBOT - Note technique du Ministère de l'air n° 85.
- [19] Accuracy of approximate methods for predicting pressures on pointed nonlifting bodies of revolution in supersonic flow. D. M. EHRET - NACA TN 2764.
- [20] Approximate Methods for calculating the flow about non lifting bodies of revolution at High supersonic airspeeds. A. J. EGGERS, R. C. SAVIN, NACA TN 2579.
- [21] An unified two-dimensional approach to the calculation of three dimensional Hypersonic flows, with application to bodies of Revolution. A. J. EGGERS, R. C. SAVIN - NACA Report 1955.
- [22] Laminar boundary layer growth on slightly blunted cones at hypersonic speeds R. E. WILSON - Journal of Spacecraft and Rockets, Juillet-Août 1965

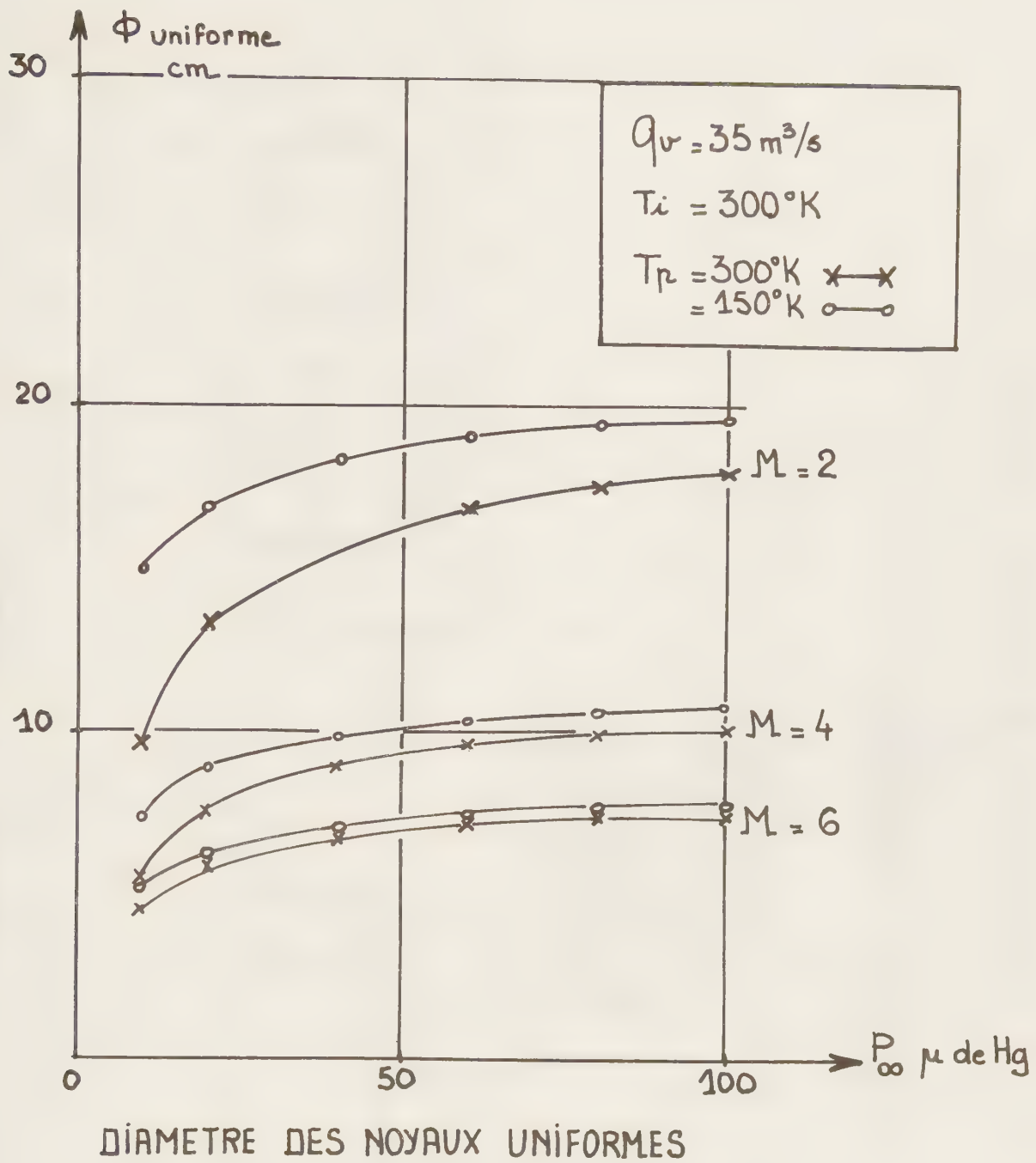
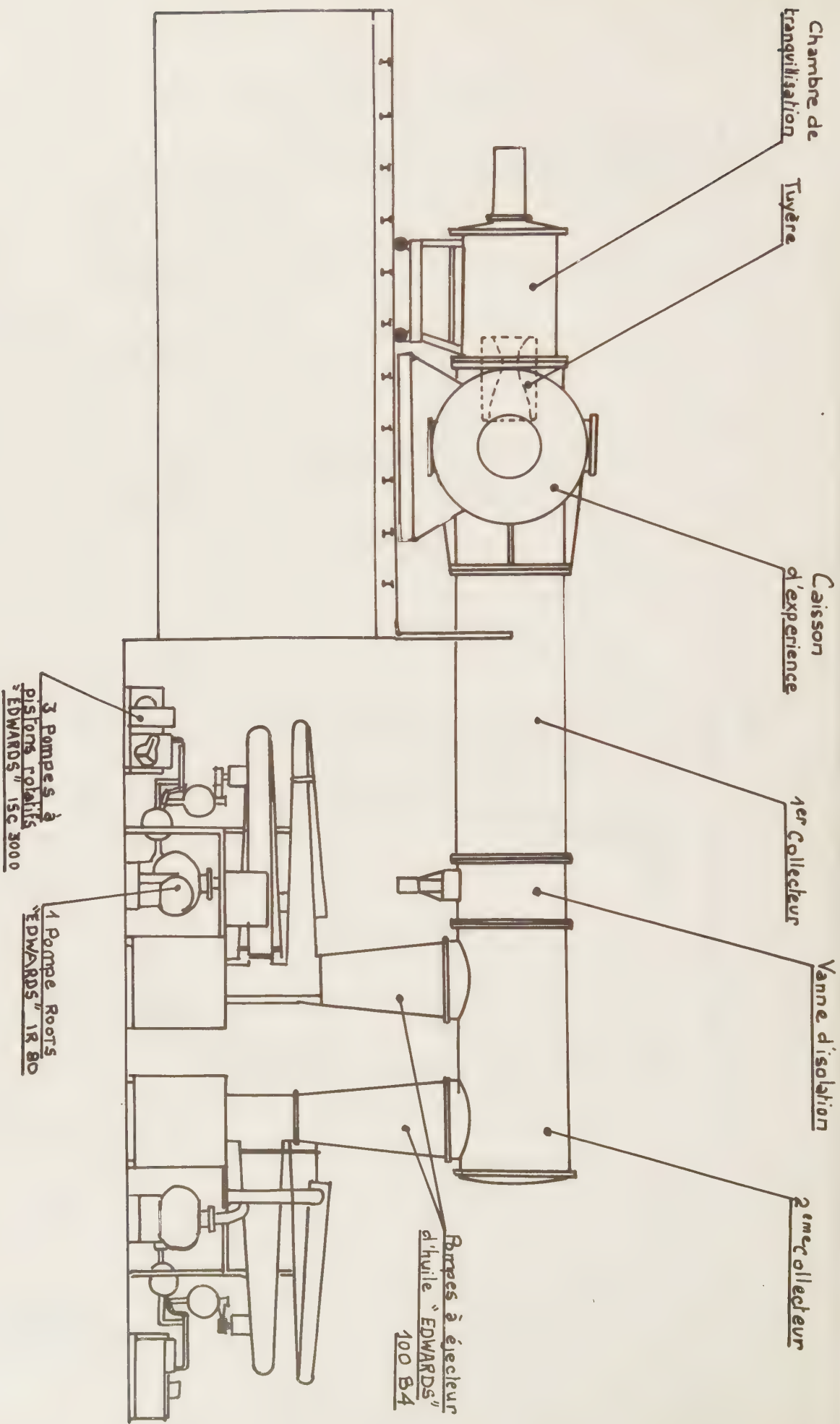


FIGURE: 1.1



SCHEMA GENERAL DE LA SOUFFLERIE

FIGURE:1.2

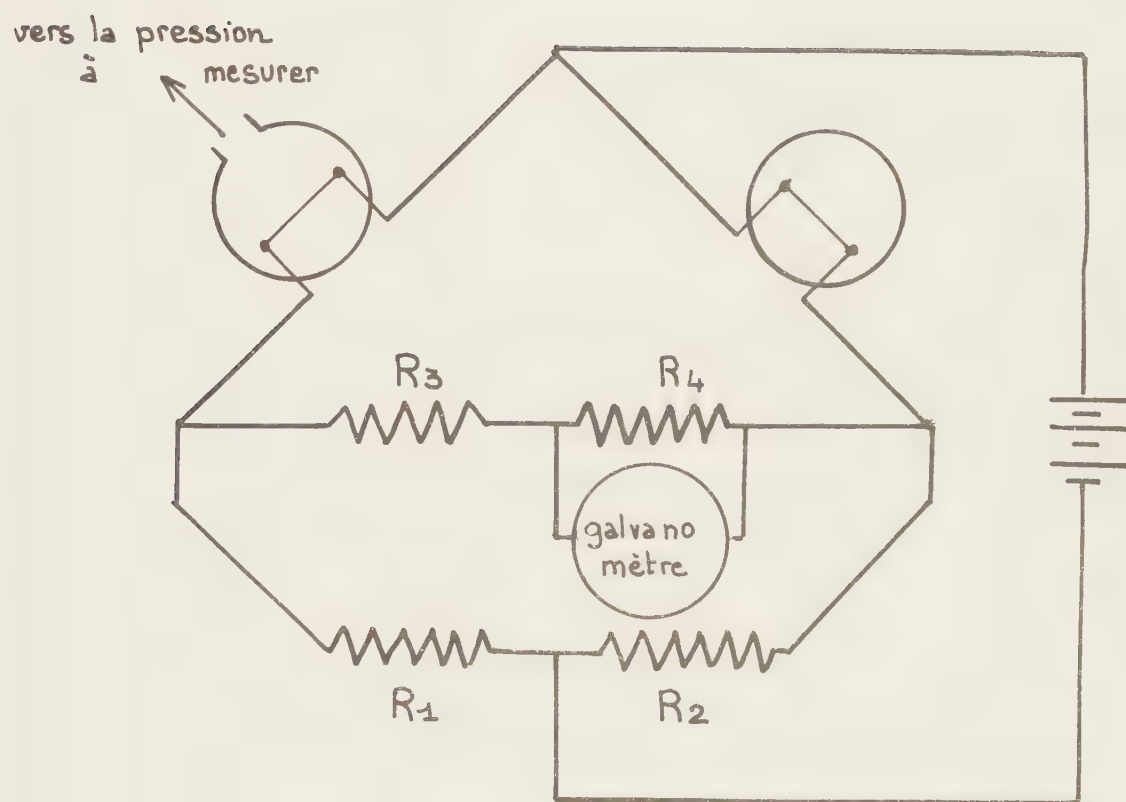


FIGURE: 1.3

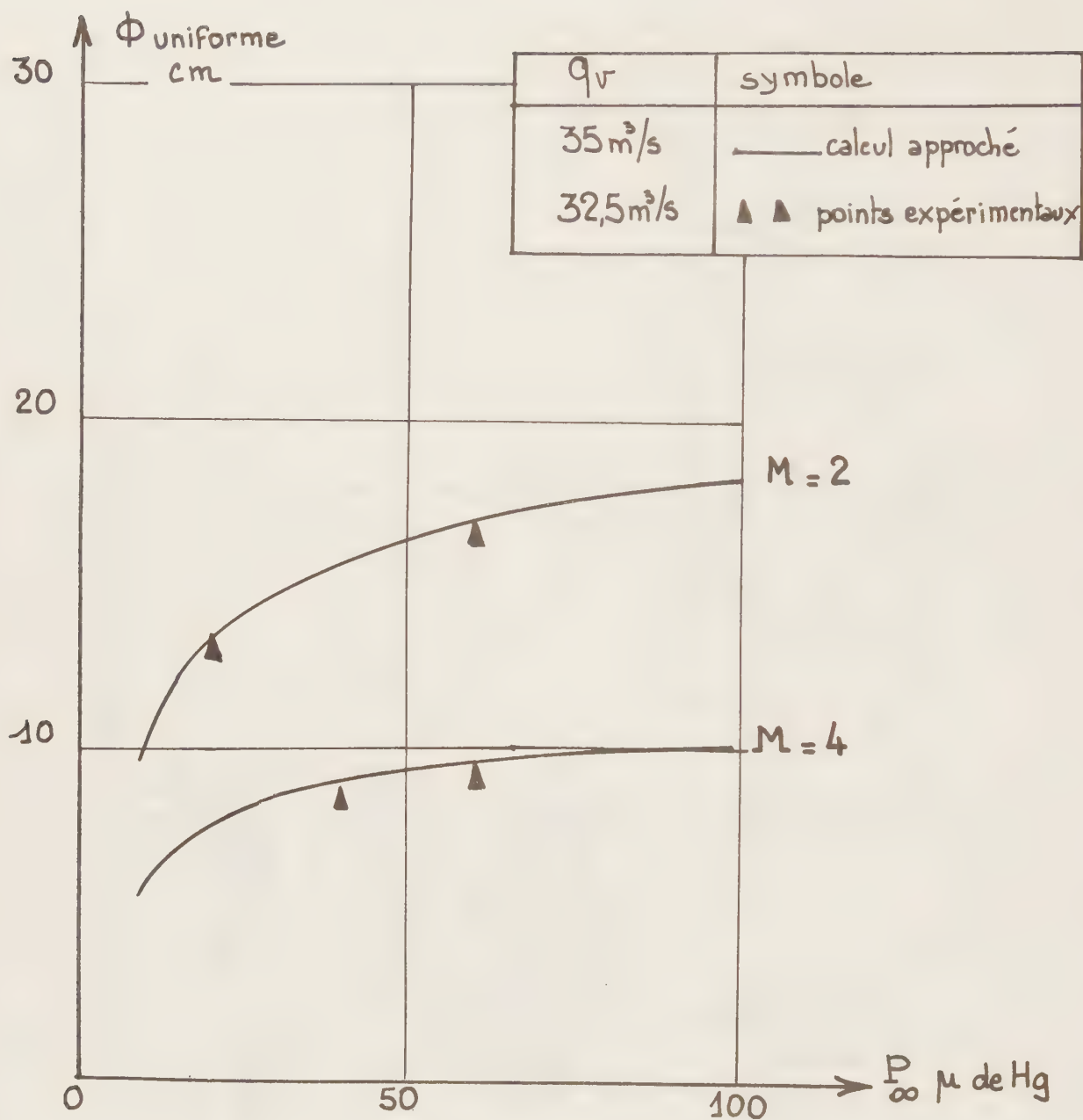
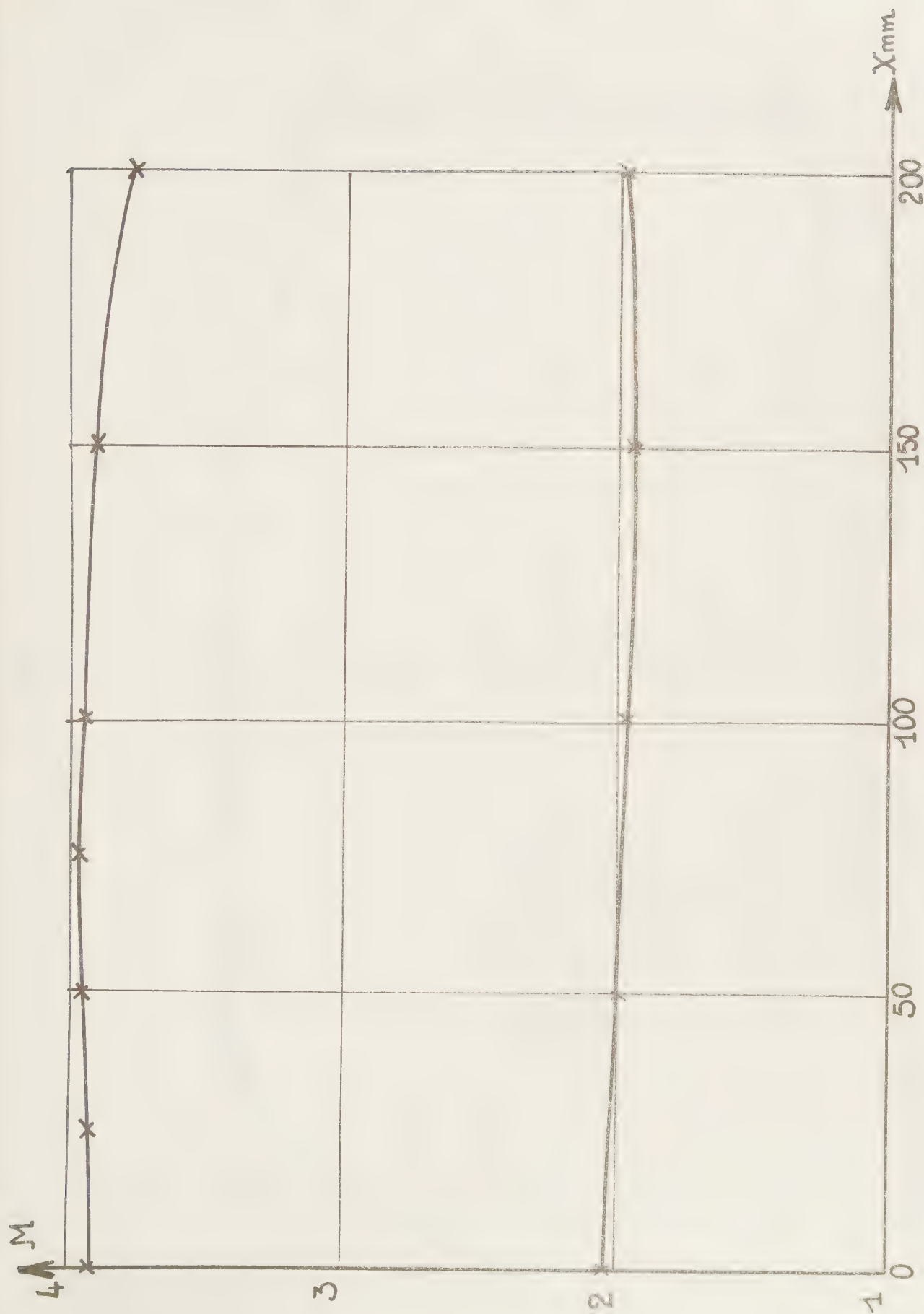
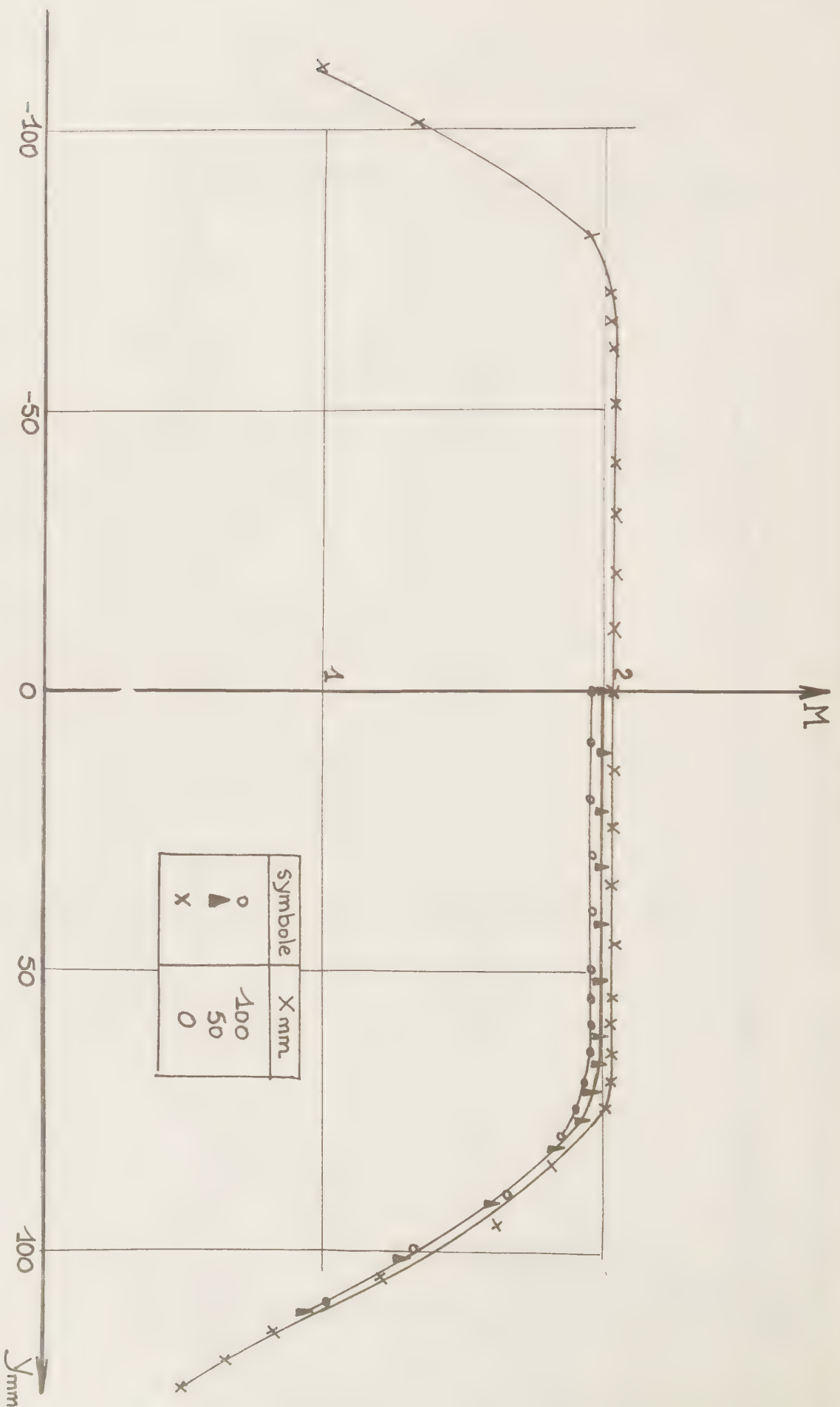


FIGURE: 1.4



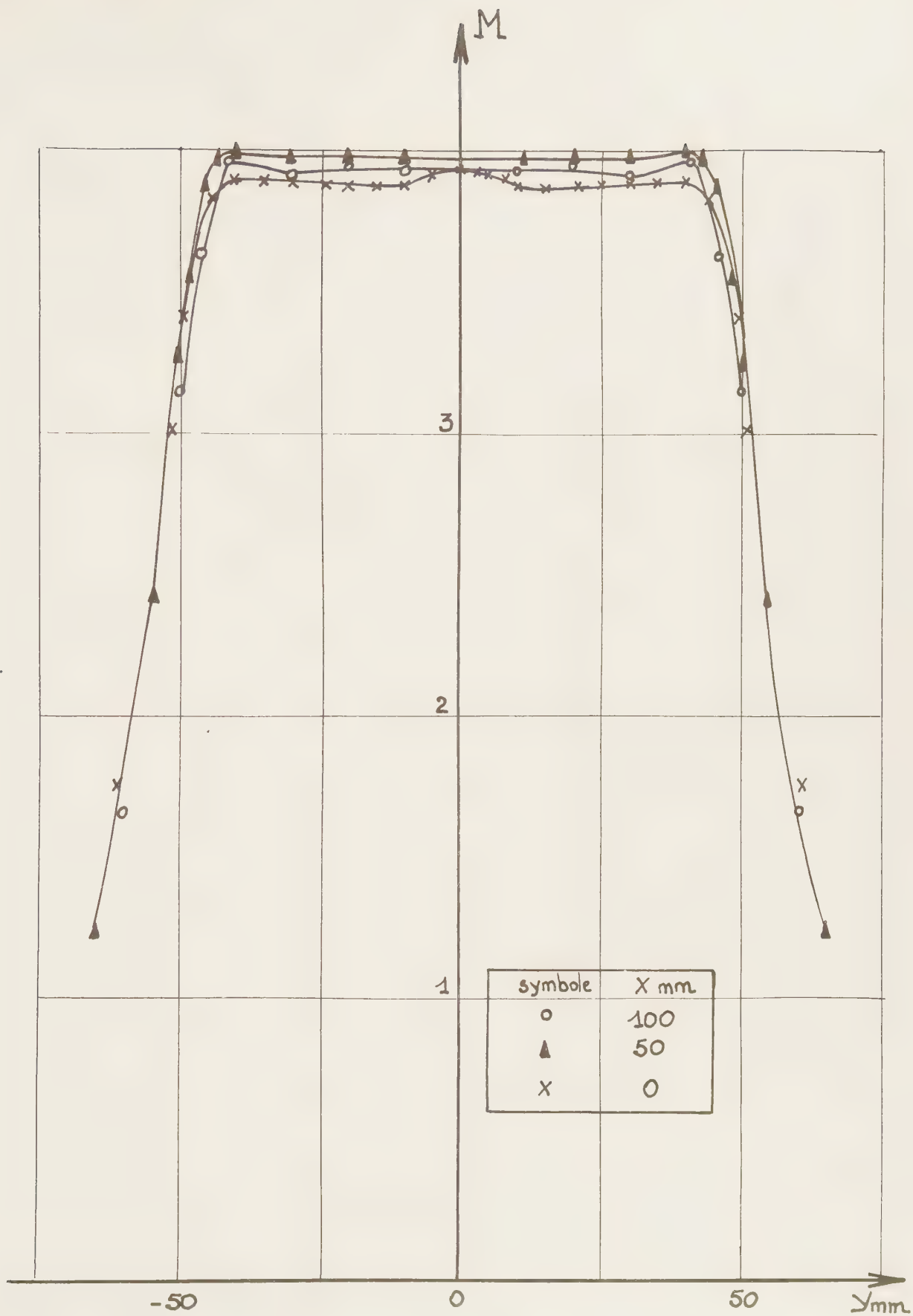
GRADIENTS LONGITUDINAUX . $P_{\infty} = 60 \mu$ de Hg

FIGURE:1-5



TUYÈRE M:2 - 60 μ Hg . EXPLORATIONS TRANSVERSALES

FIGURE:1-6



TUYERE M:4 - $60\mu\text{Hg}$ EXPLORATIONS TRANSVERSALES

FIGURE:1-7

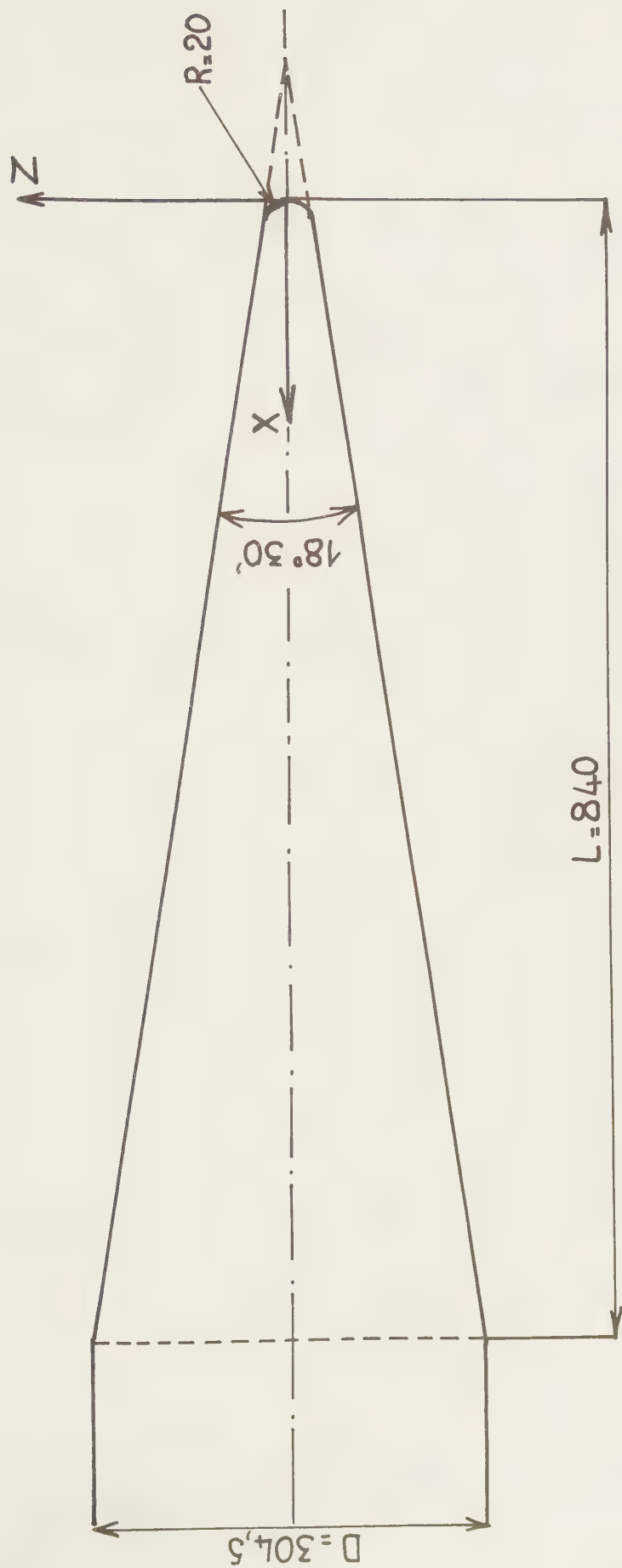


FIGURE:2.1

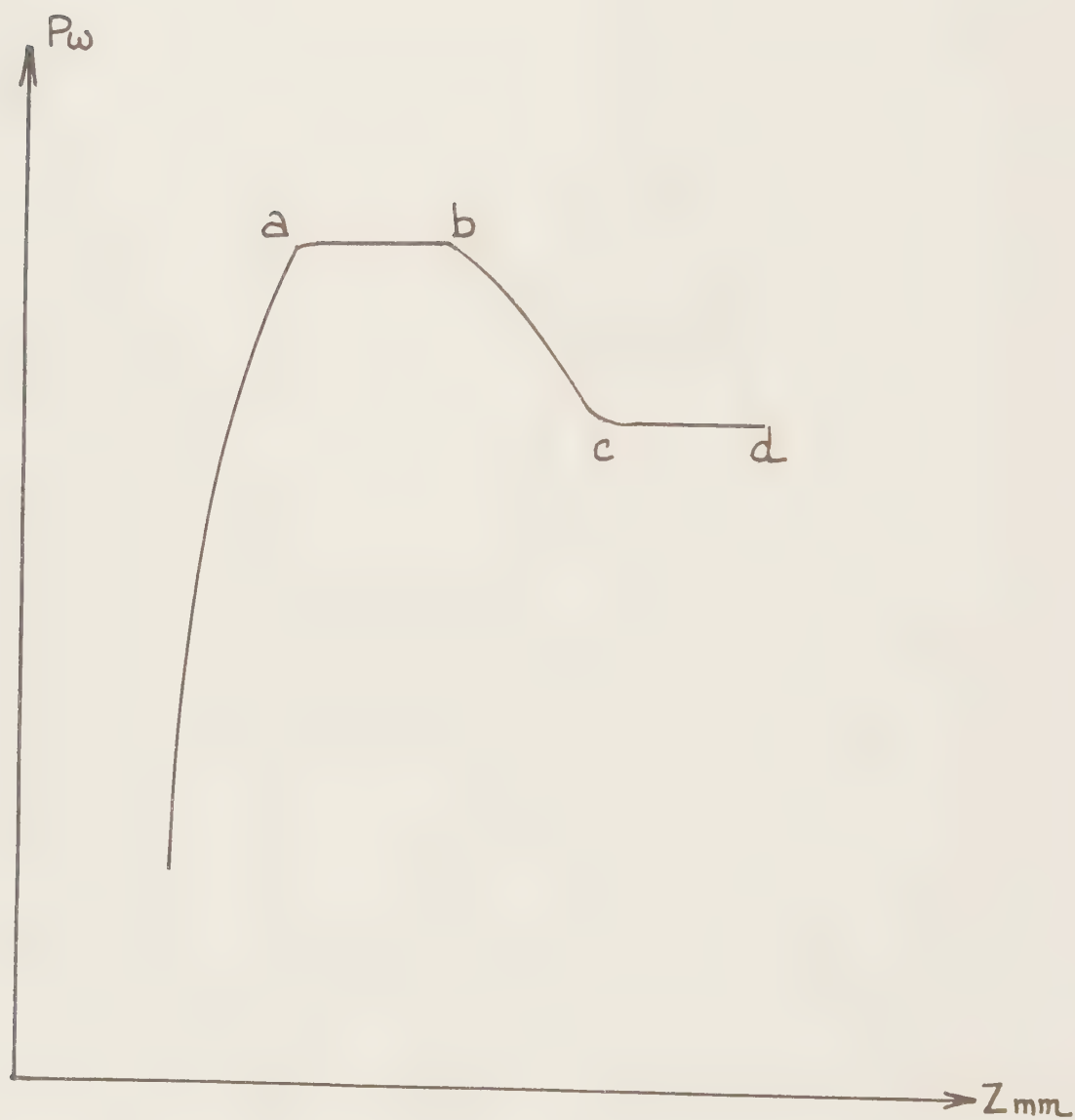
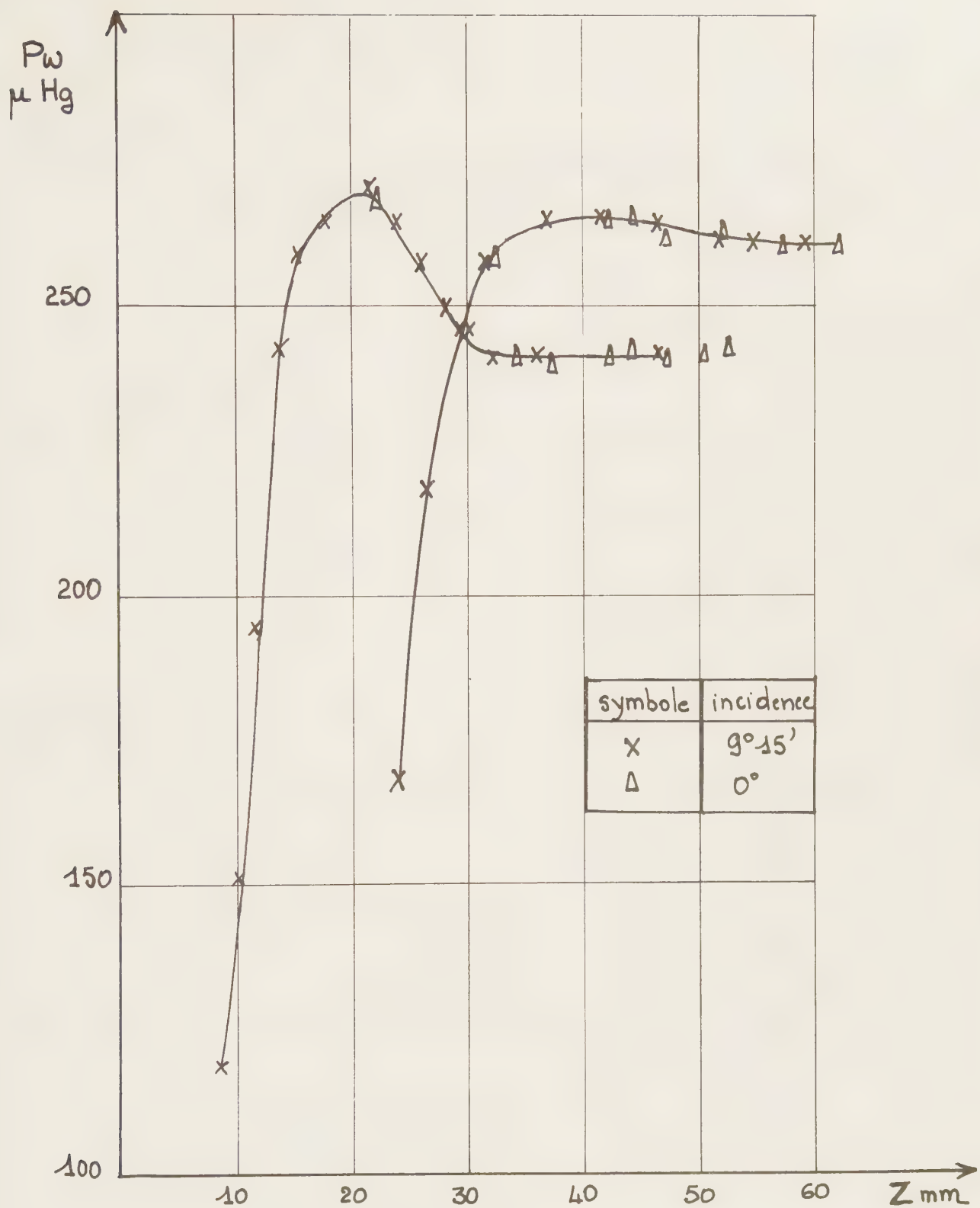


FIGURE: 2.2



INFLUENCE DE L'INCIDENCE DU PITOT

FIGURE: 2.3

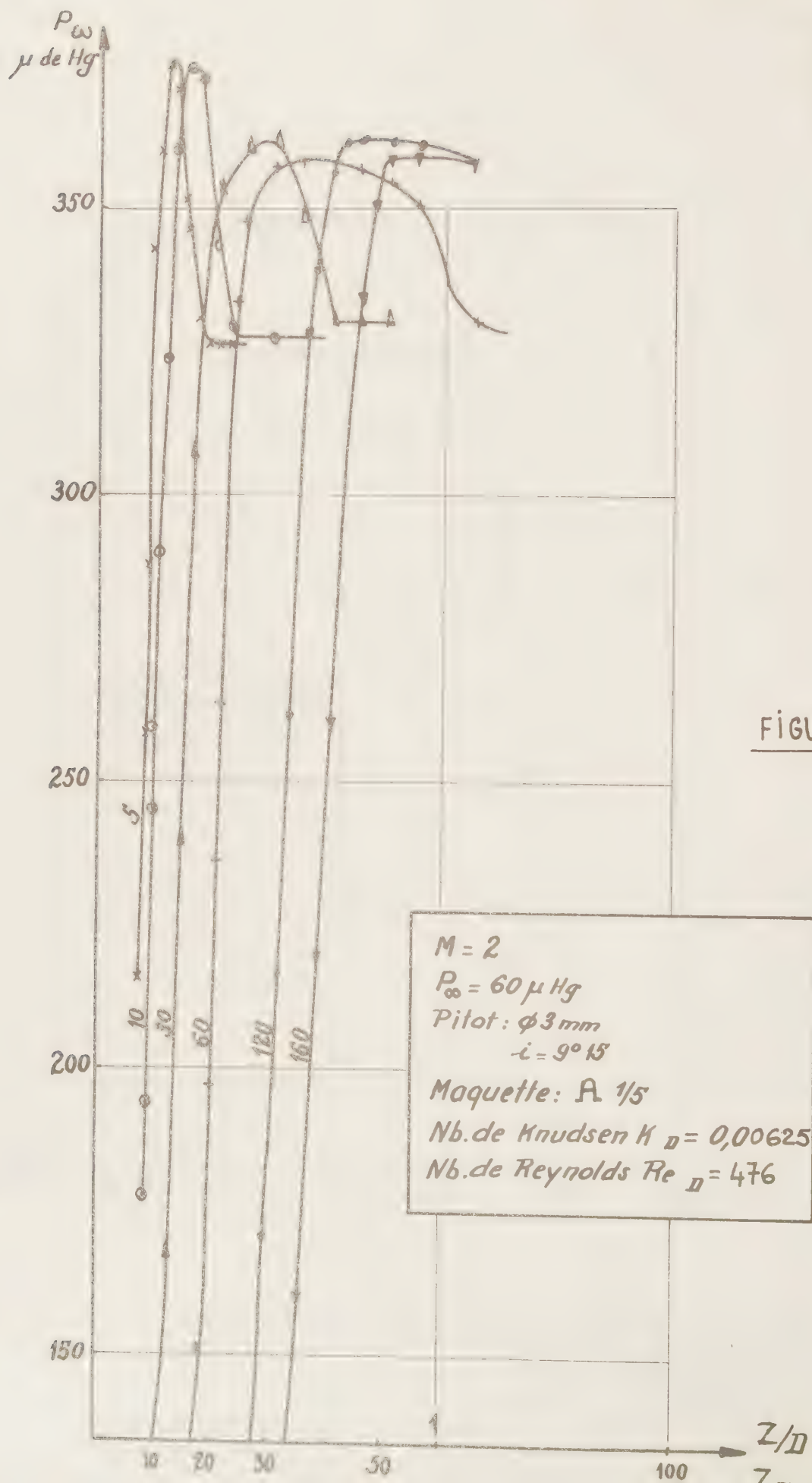


FIGURE:2.4

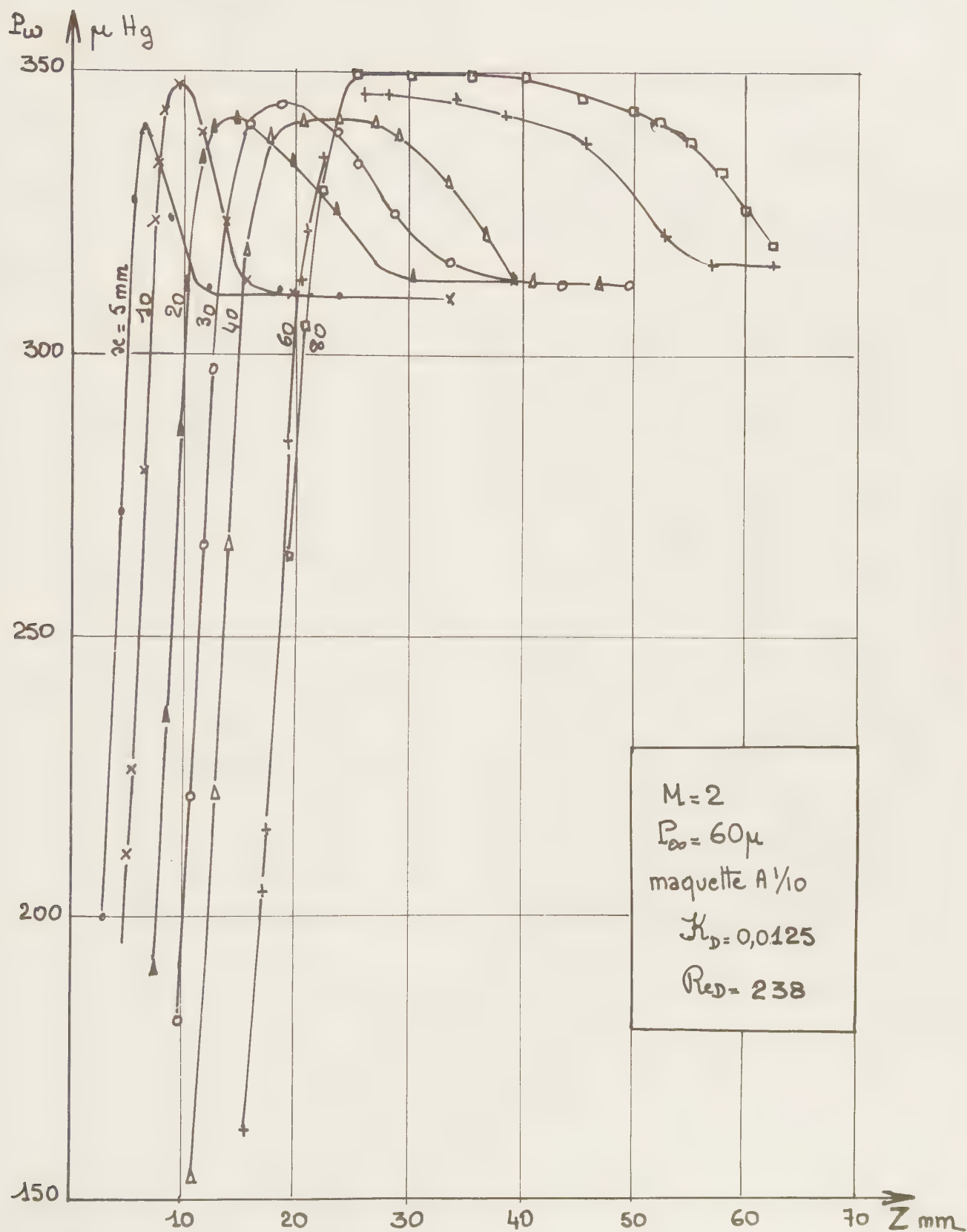


FIGURE: 2.5

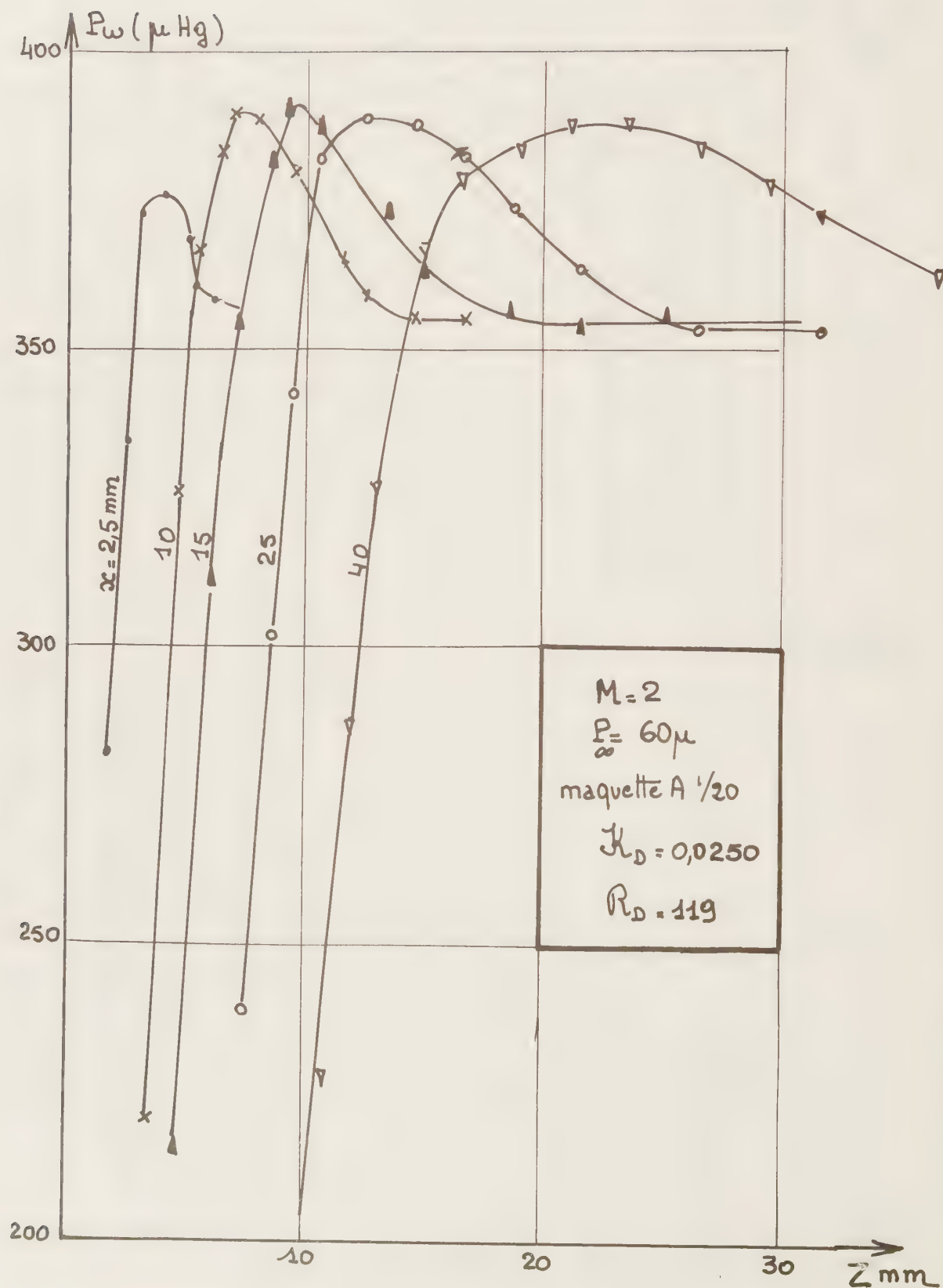


FIGURE:2.6

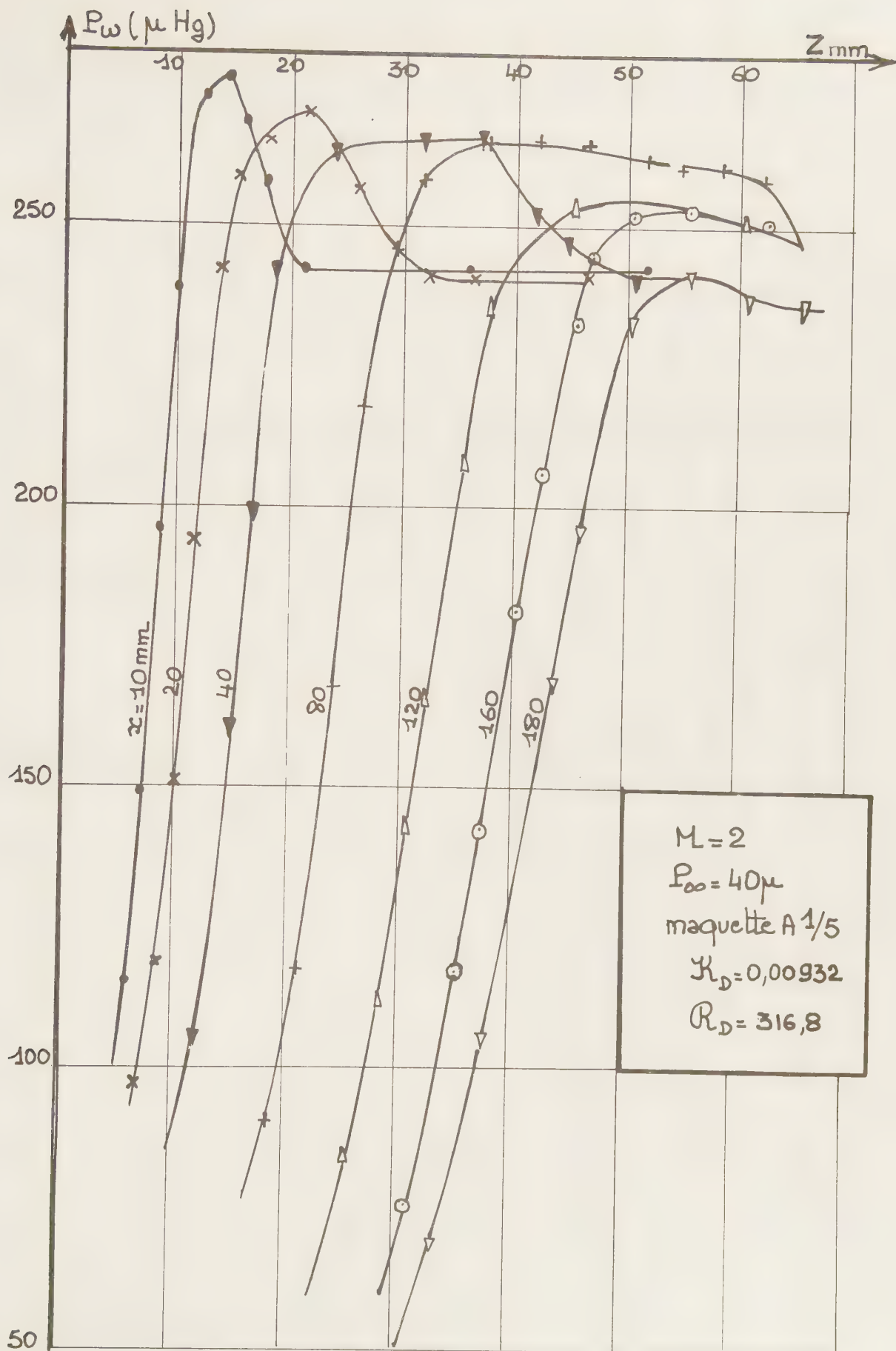


FIGURE:2.7

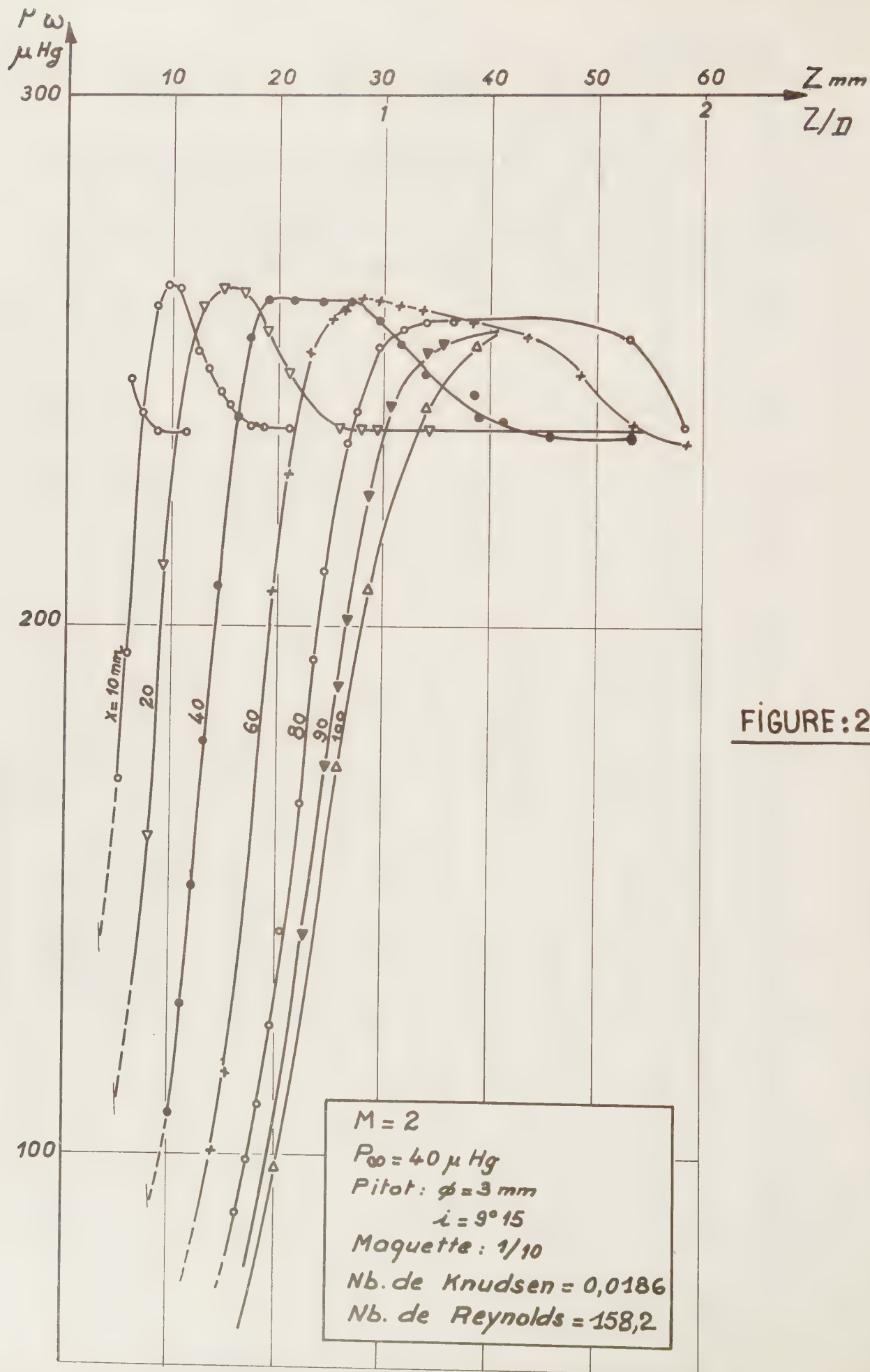


FIGURE:2.8

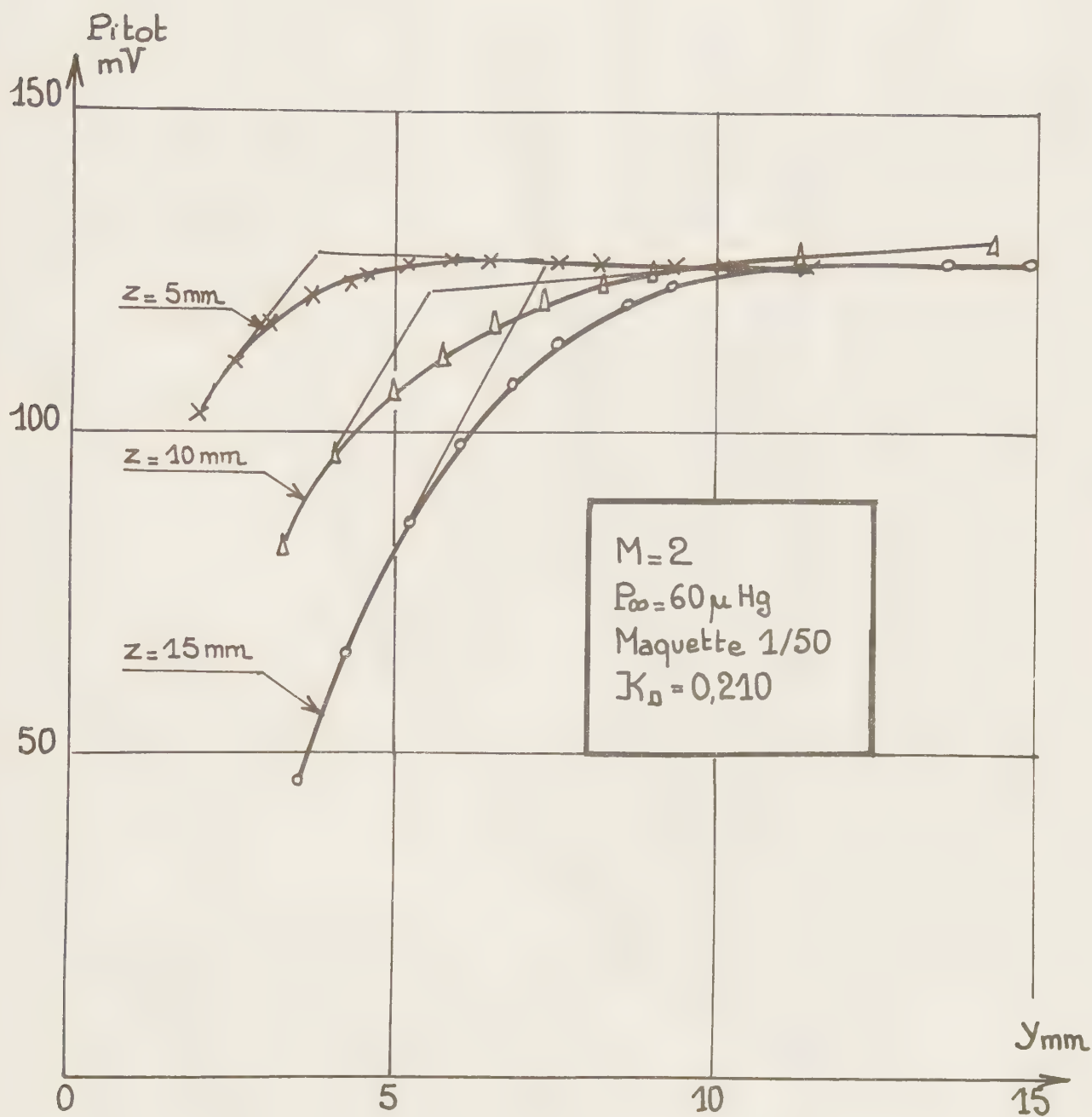


FIGURE: 2.9

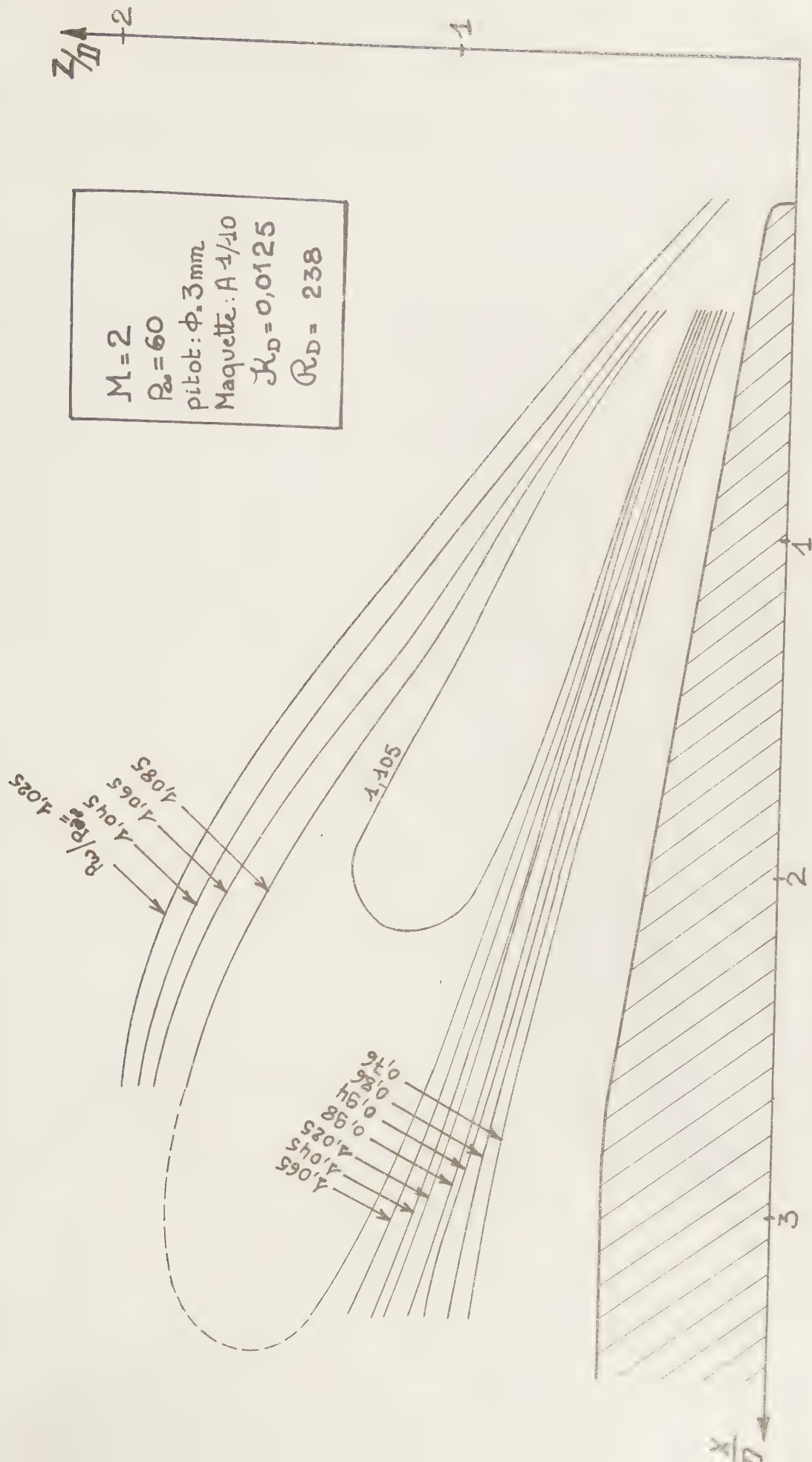


FIGURE: 2.11

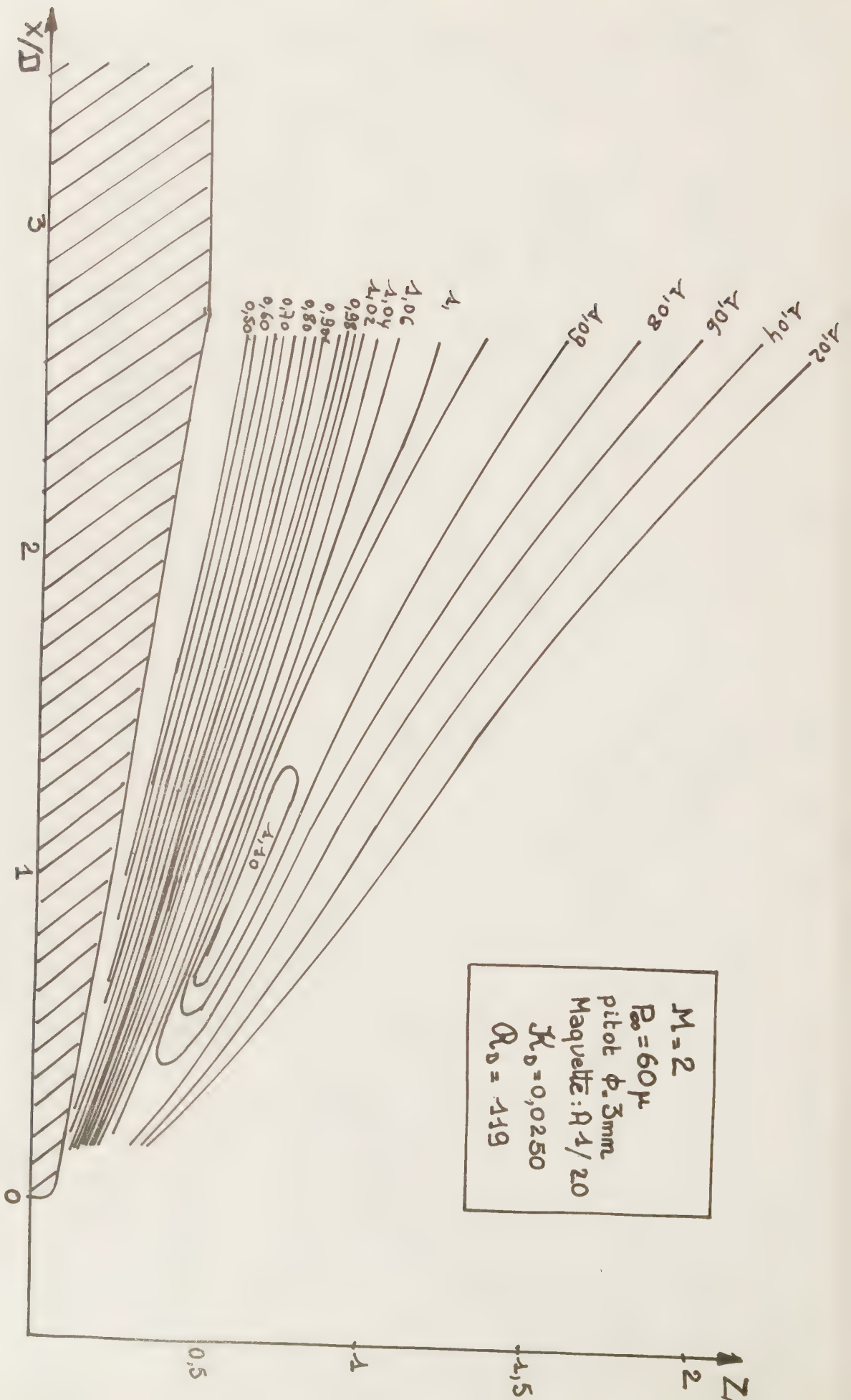


FIGURE : 2.12

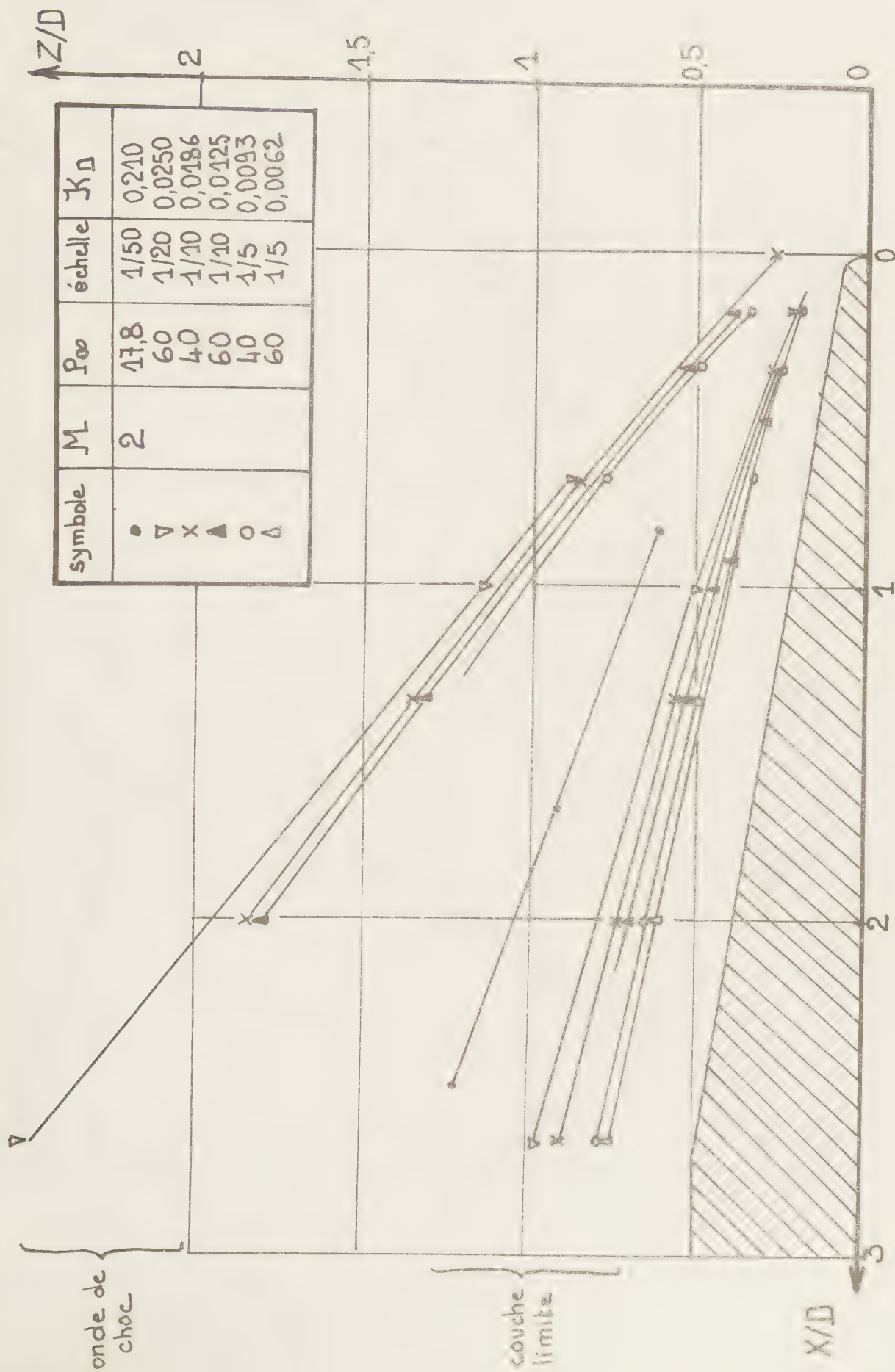


FIGURE: 2-13

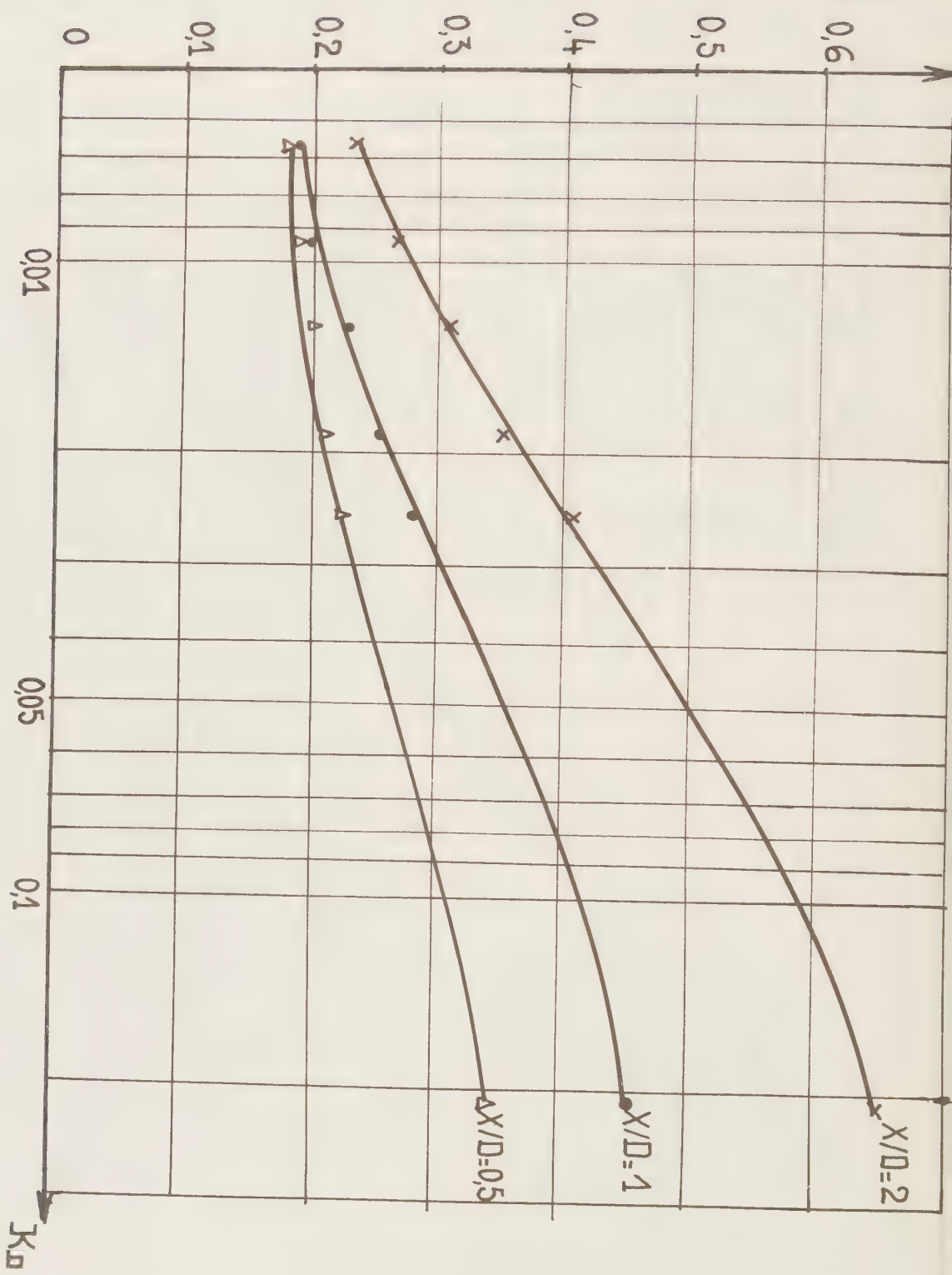


FIGURE:2-14

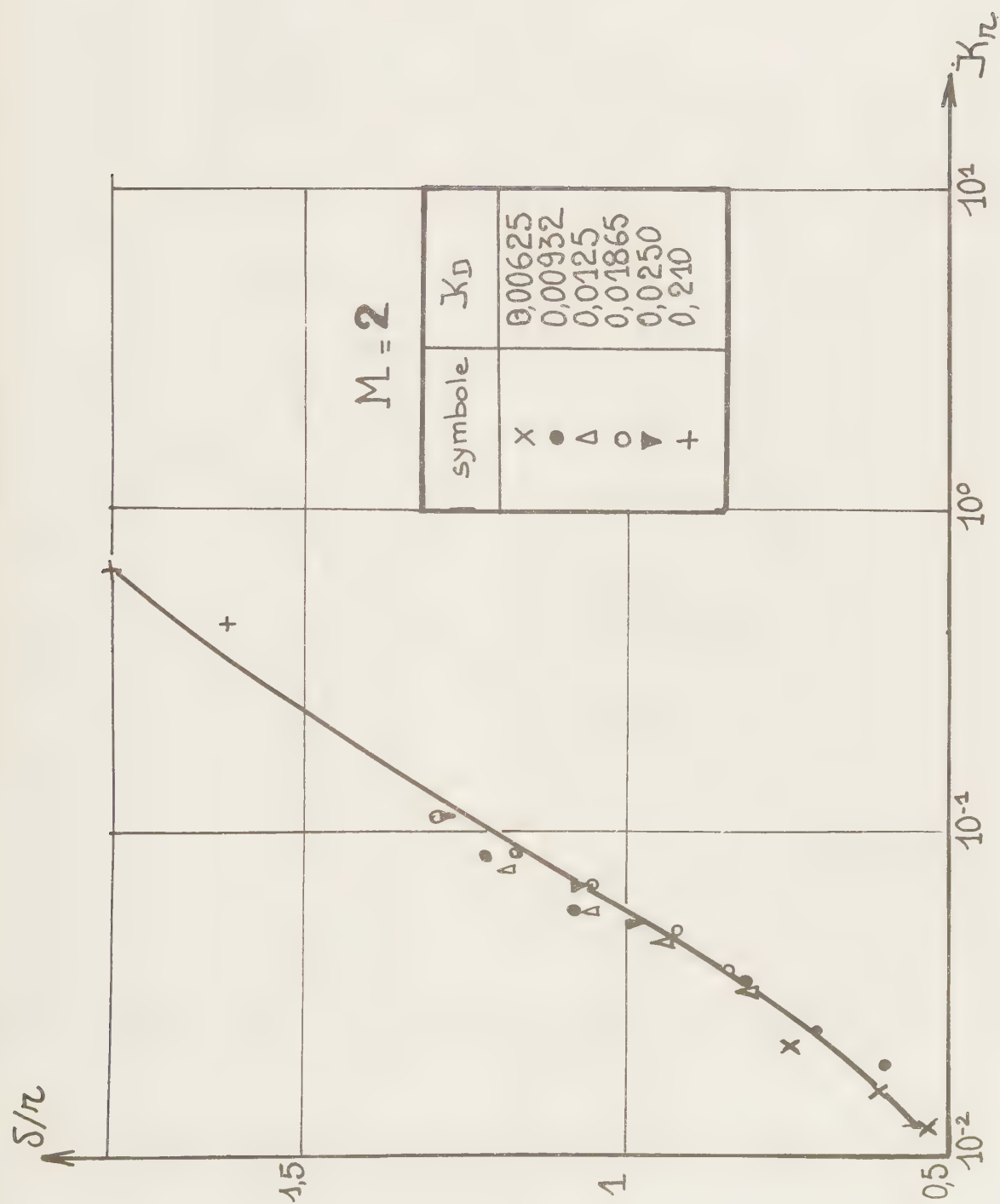
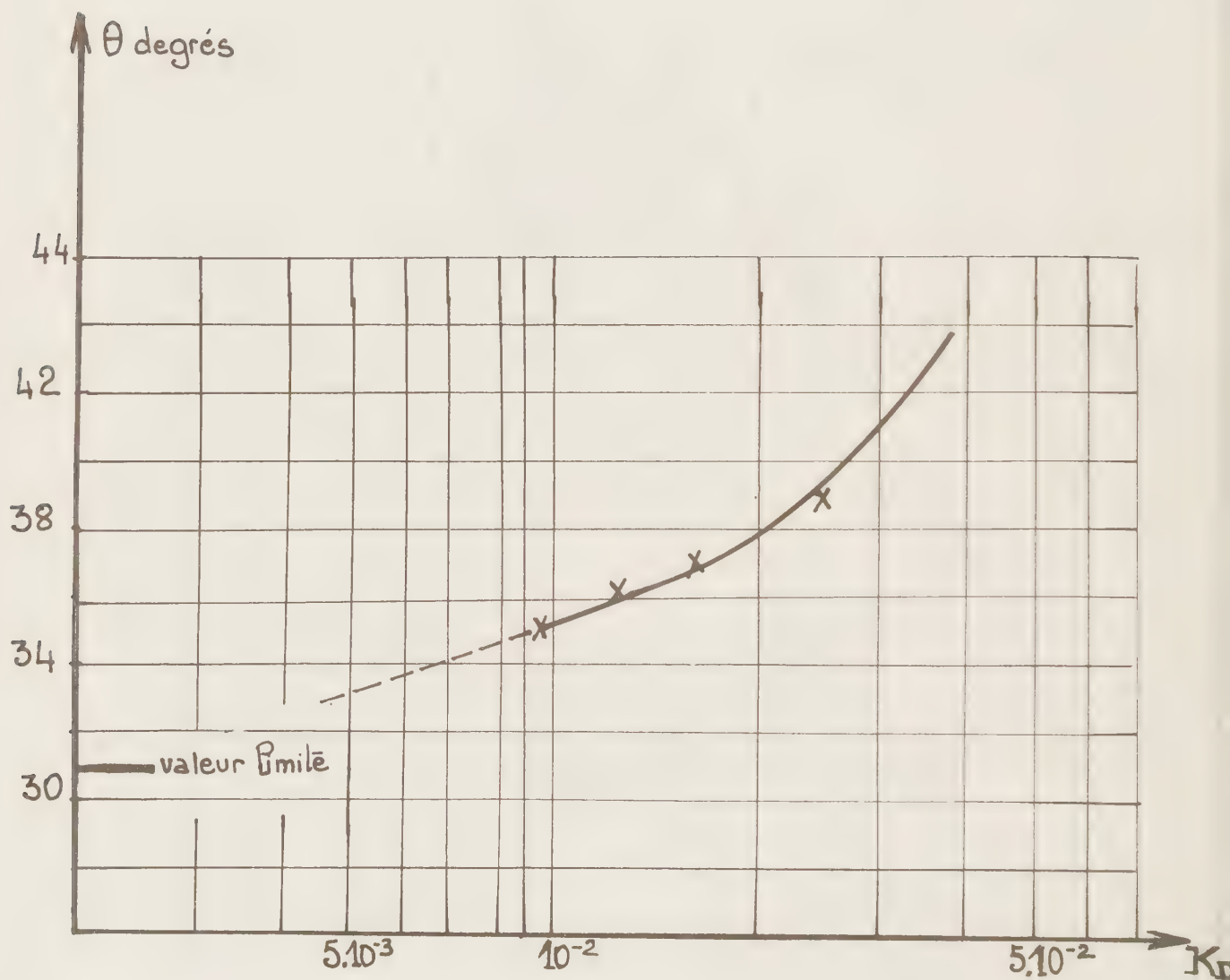


FIGURE:2-15



ANGLE DE L'ONDE DE CHOC AU NOMBRE DE MACH 2

FIGURE: 2-16

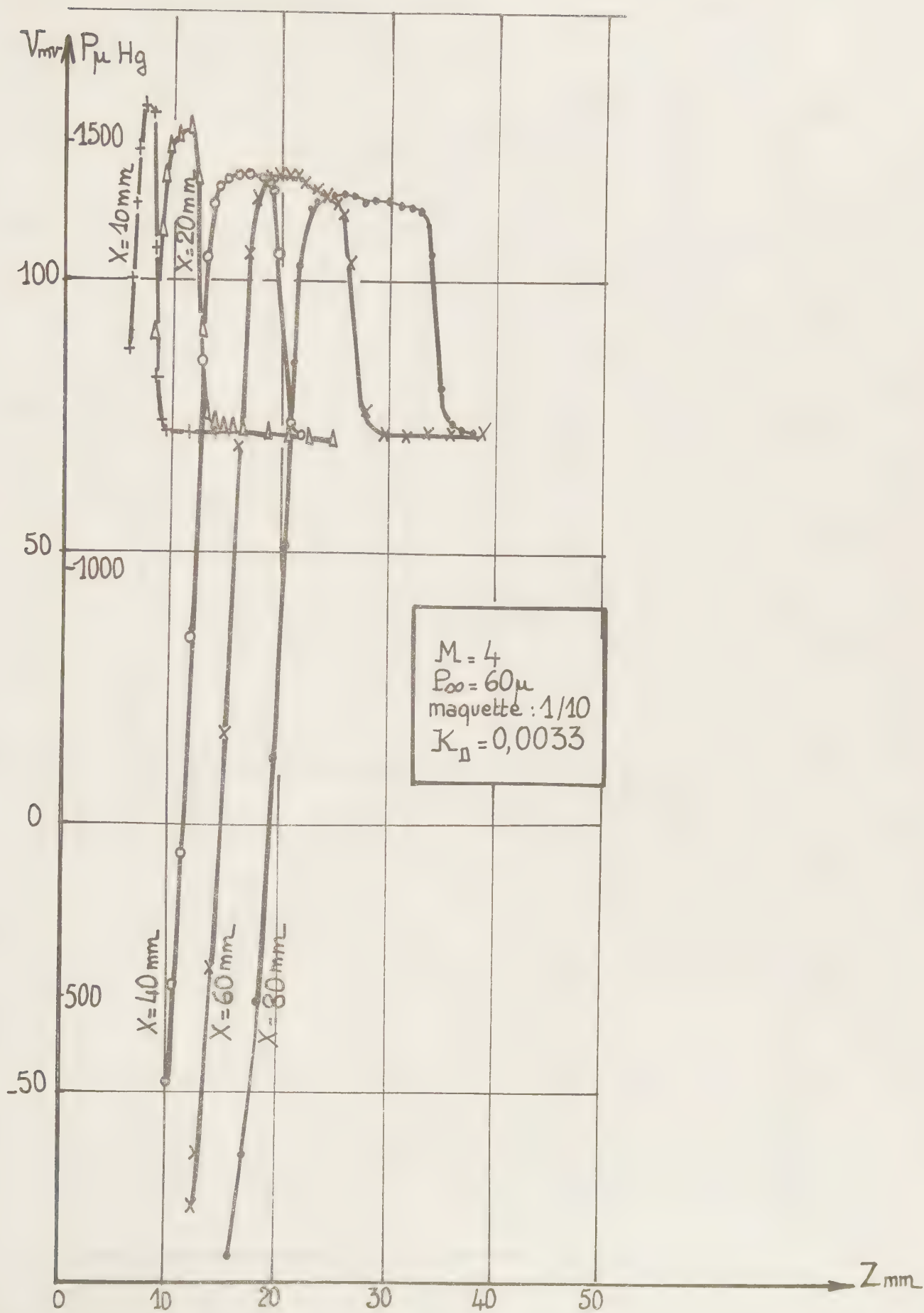


FIGURE:2.17

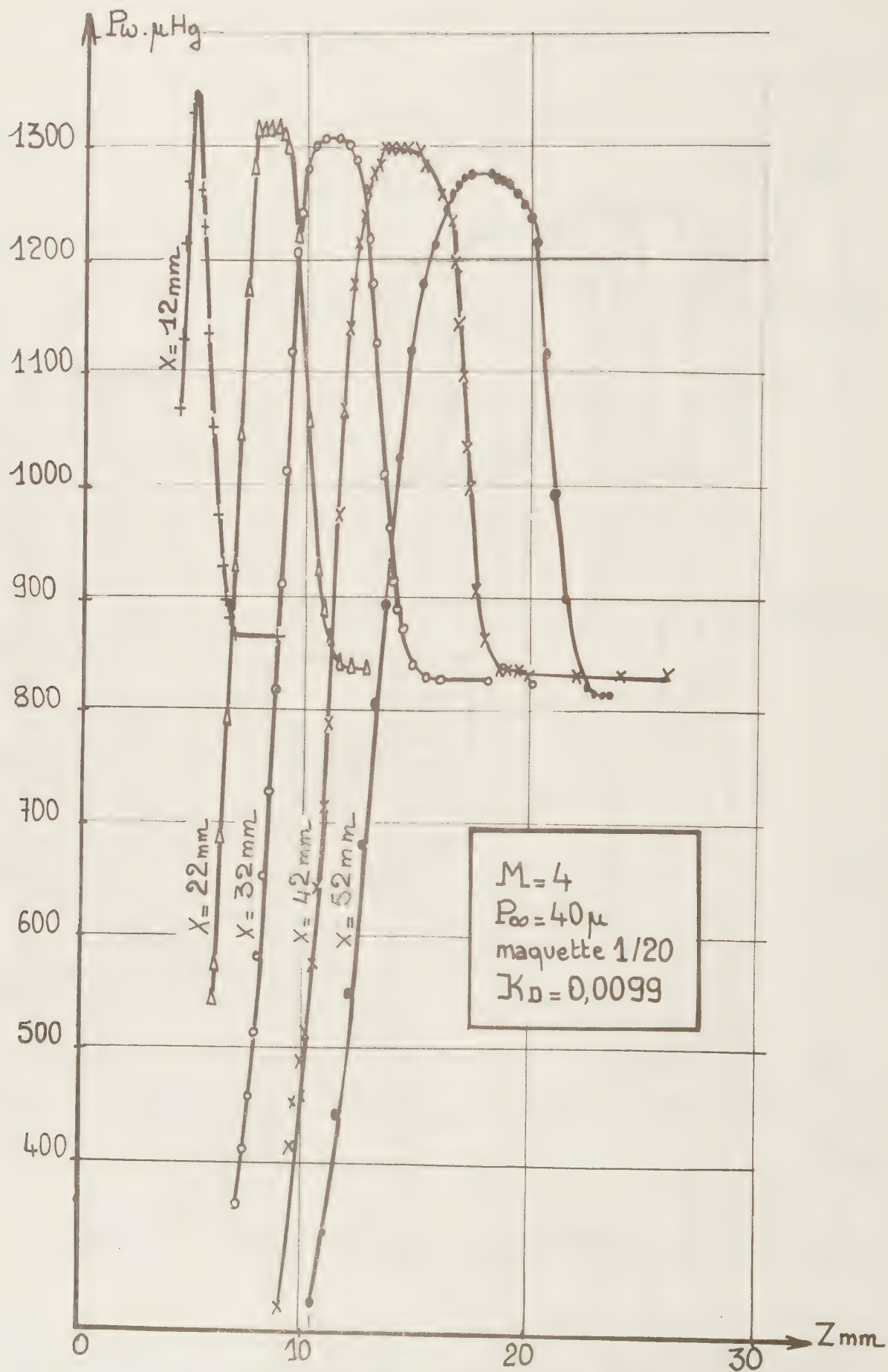


FIGURE 218

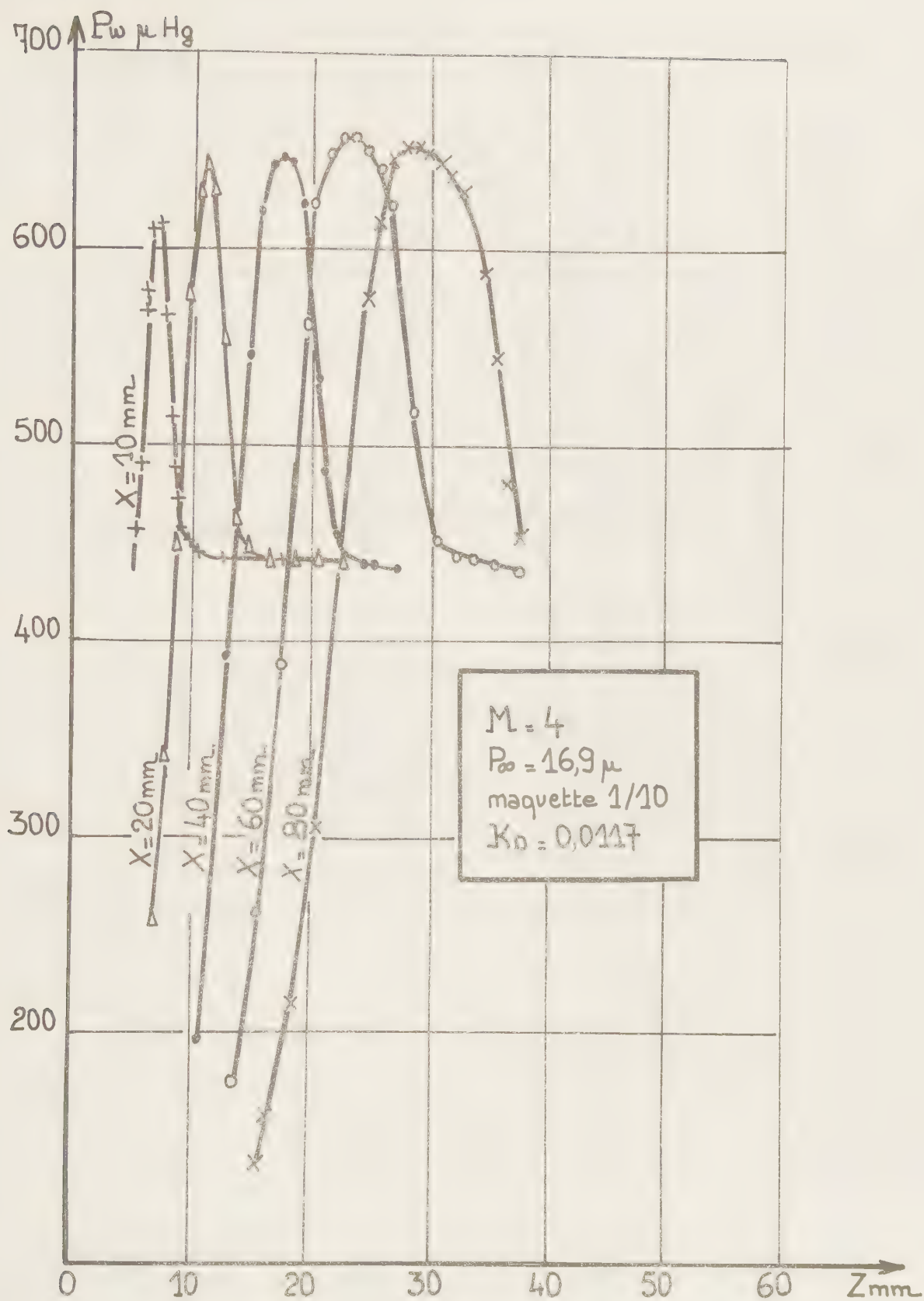


FIGURE 2-19

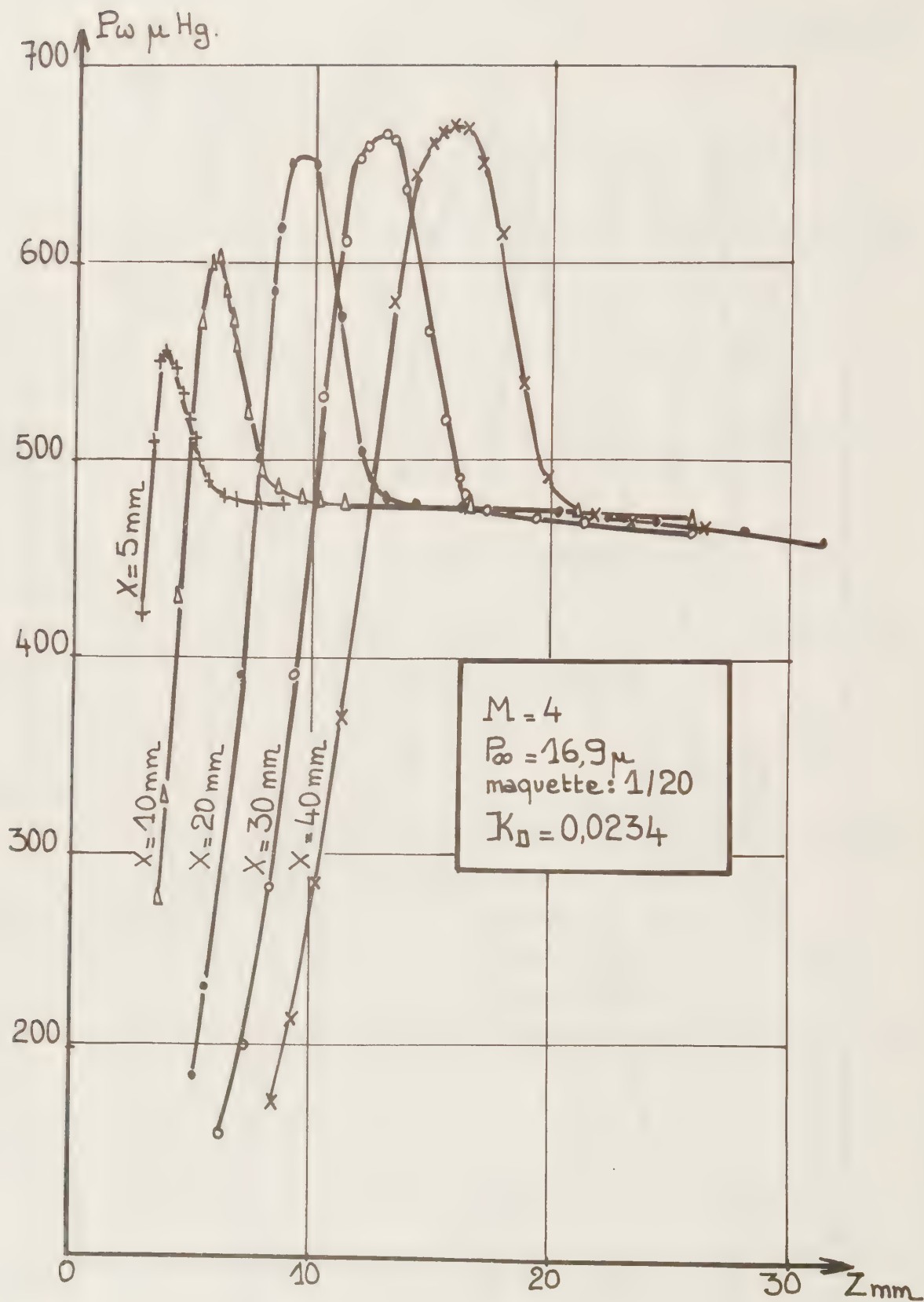


FIGURE: 2-20

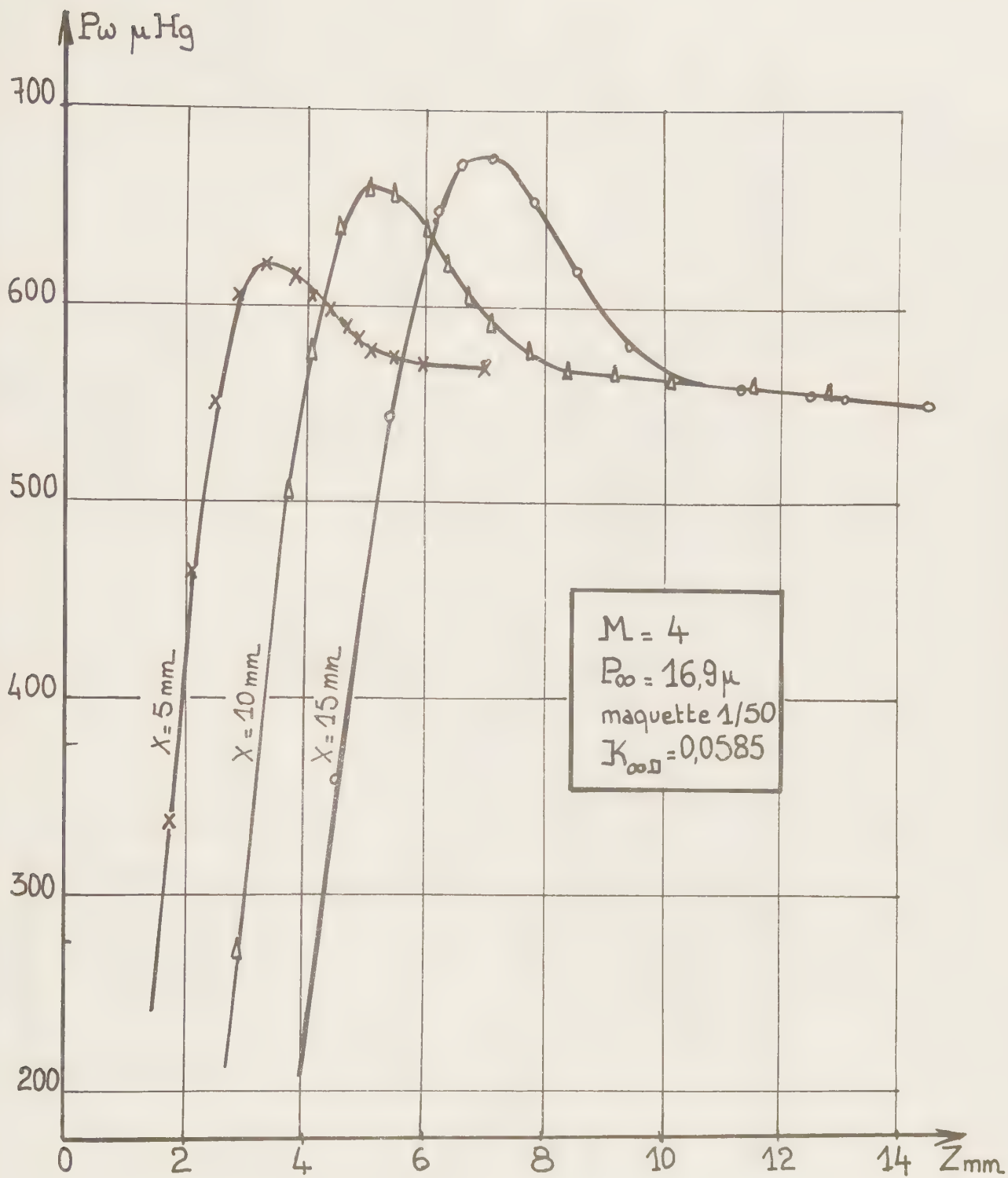


FIGURE: 2-21

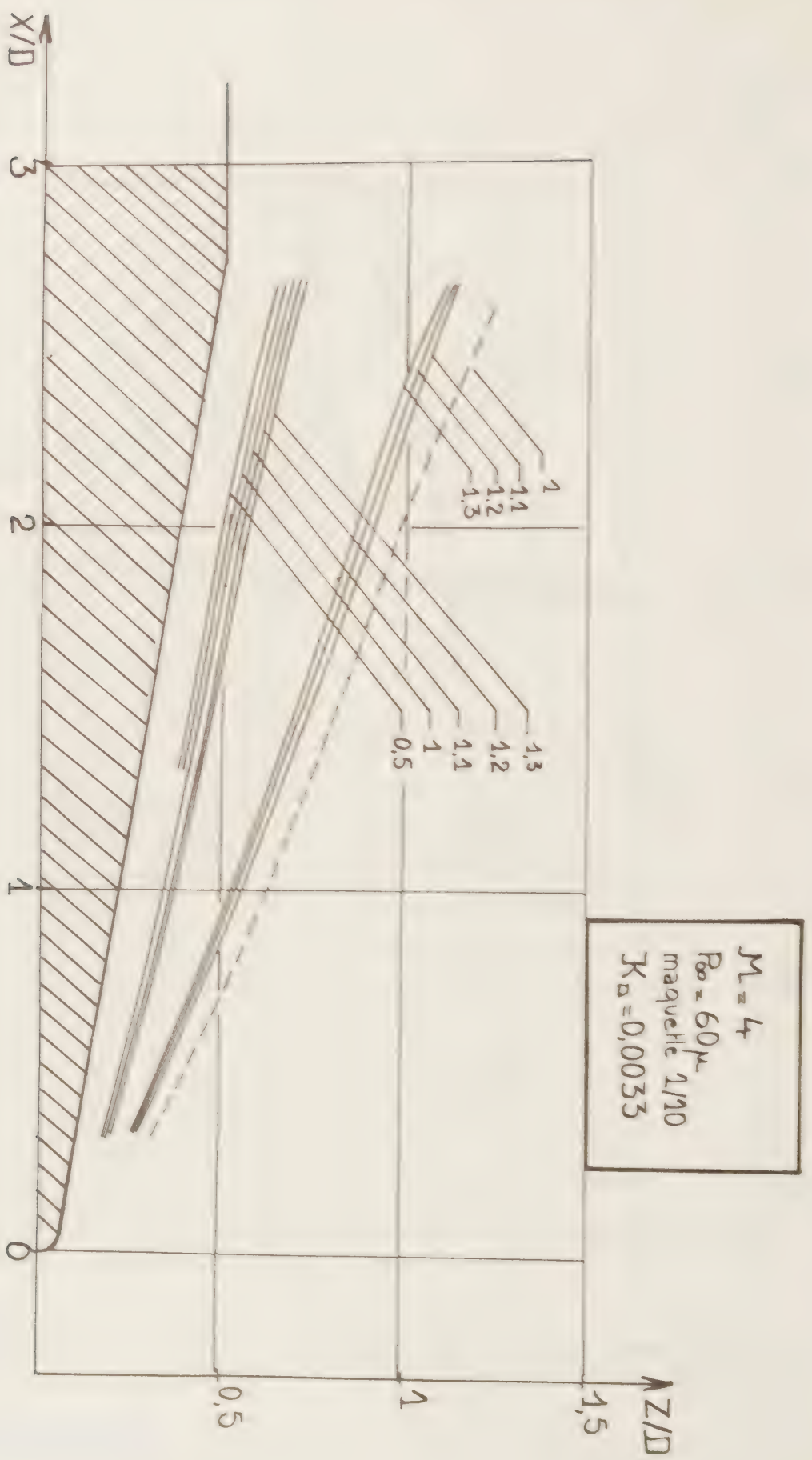


FIGURE 2.22

$M = 4$
 $P_{\infty} = 16,9$
 maquette 1/10
 $K_D = 0,0117$

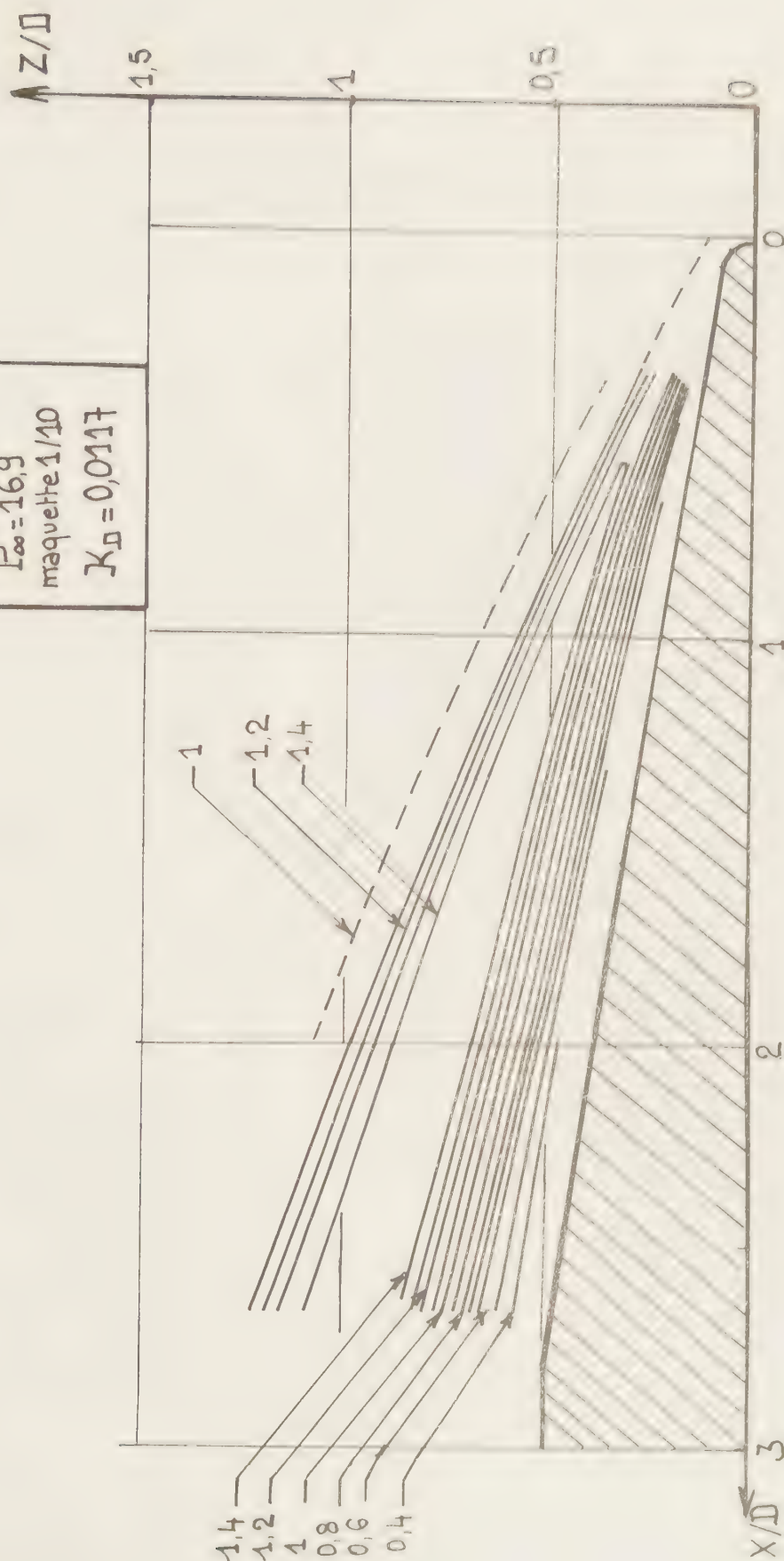


FIGURE 2-23

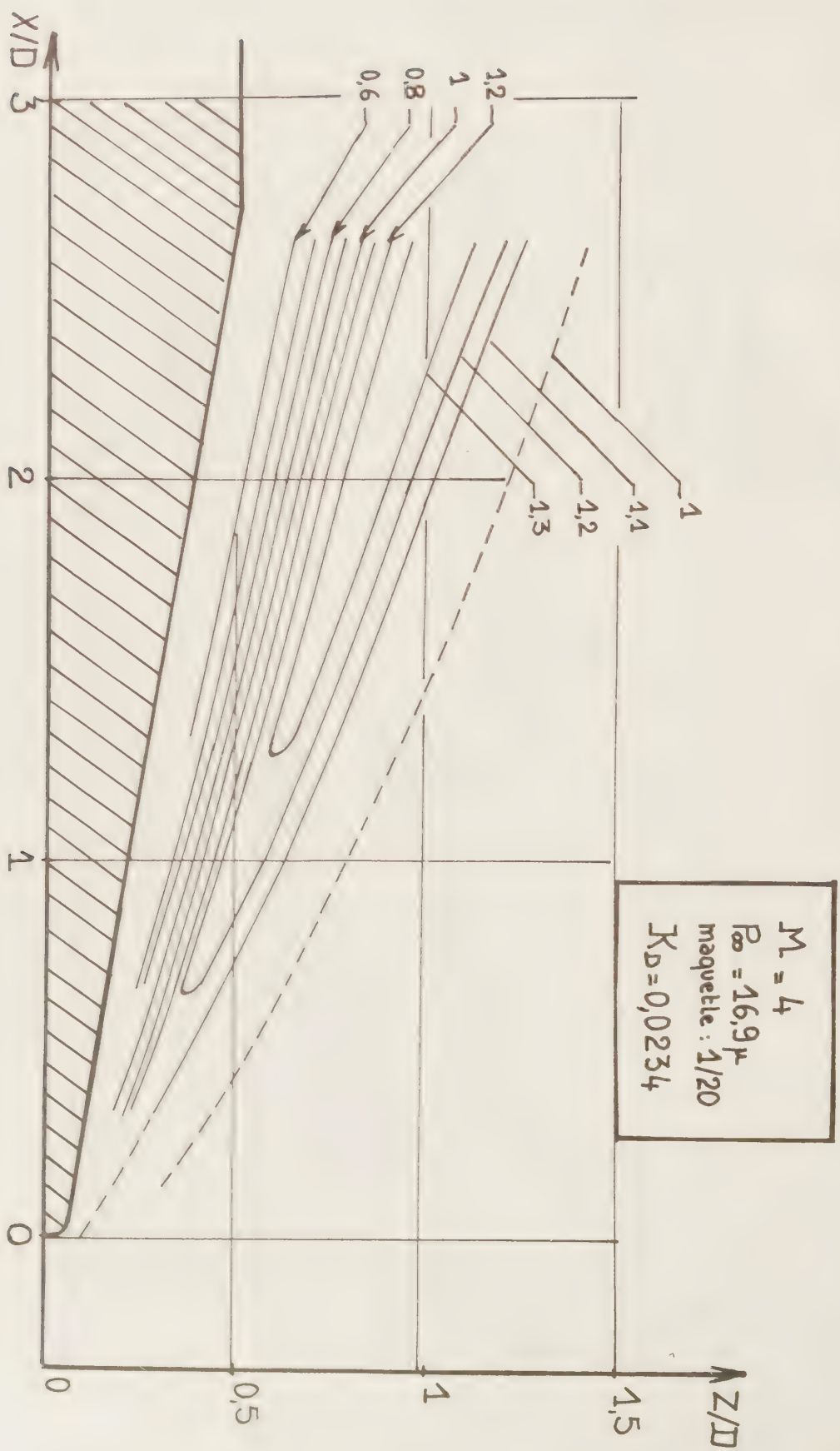


FIGURE : 2-24

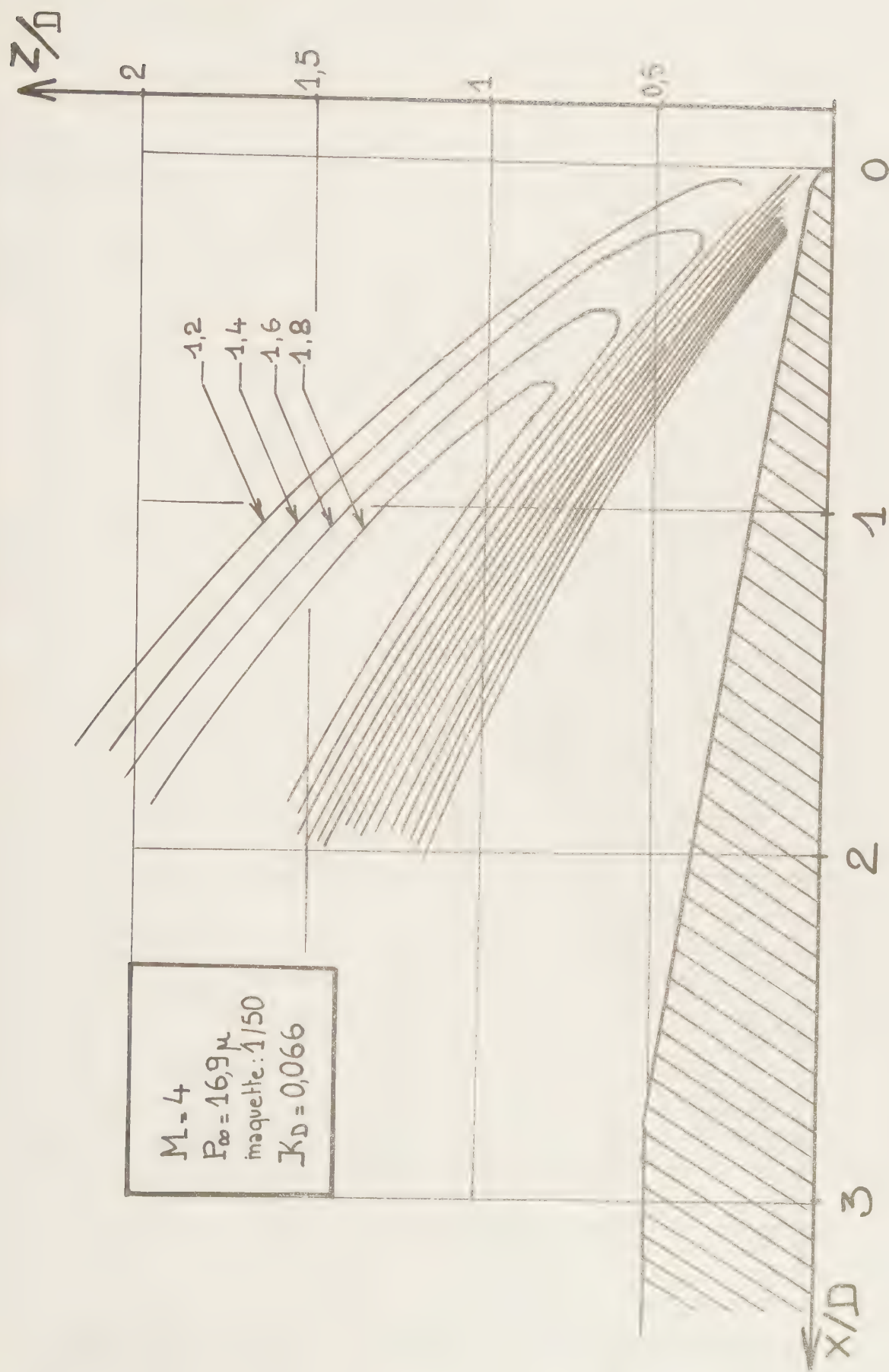


FIGURE:2.25

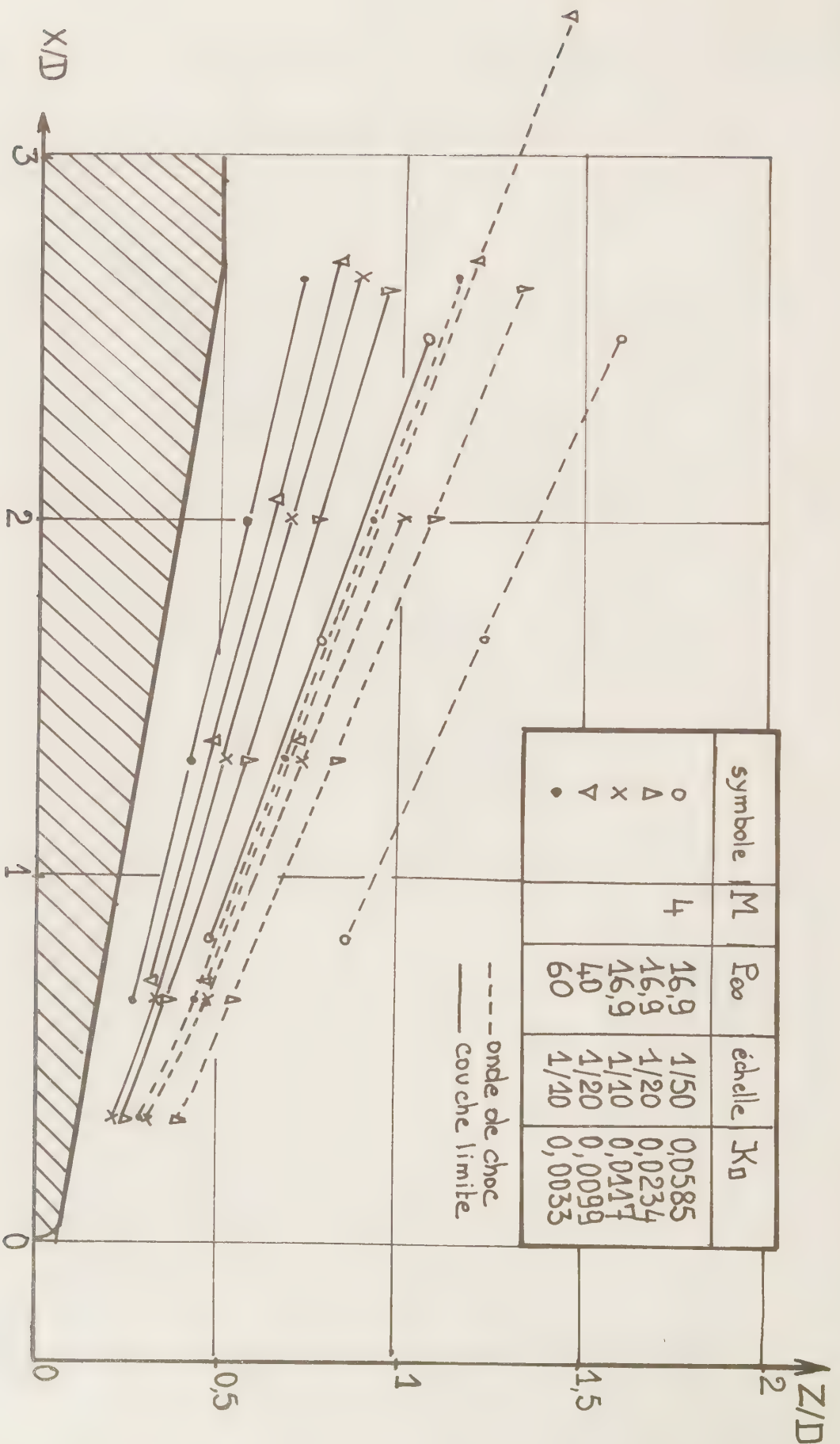


FIGURE:2-26

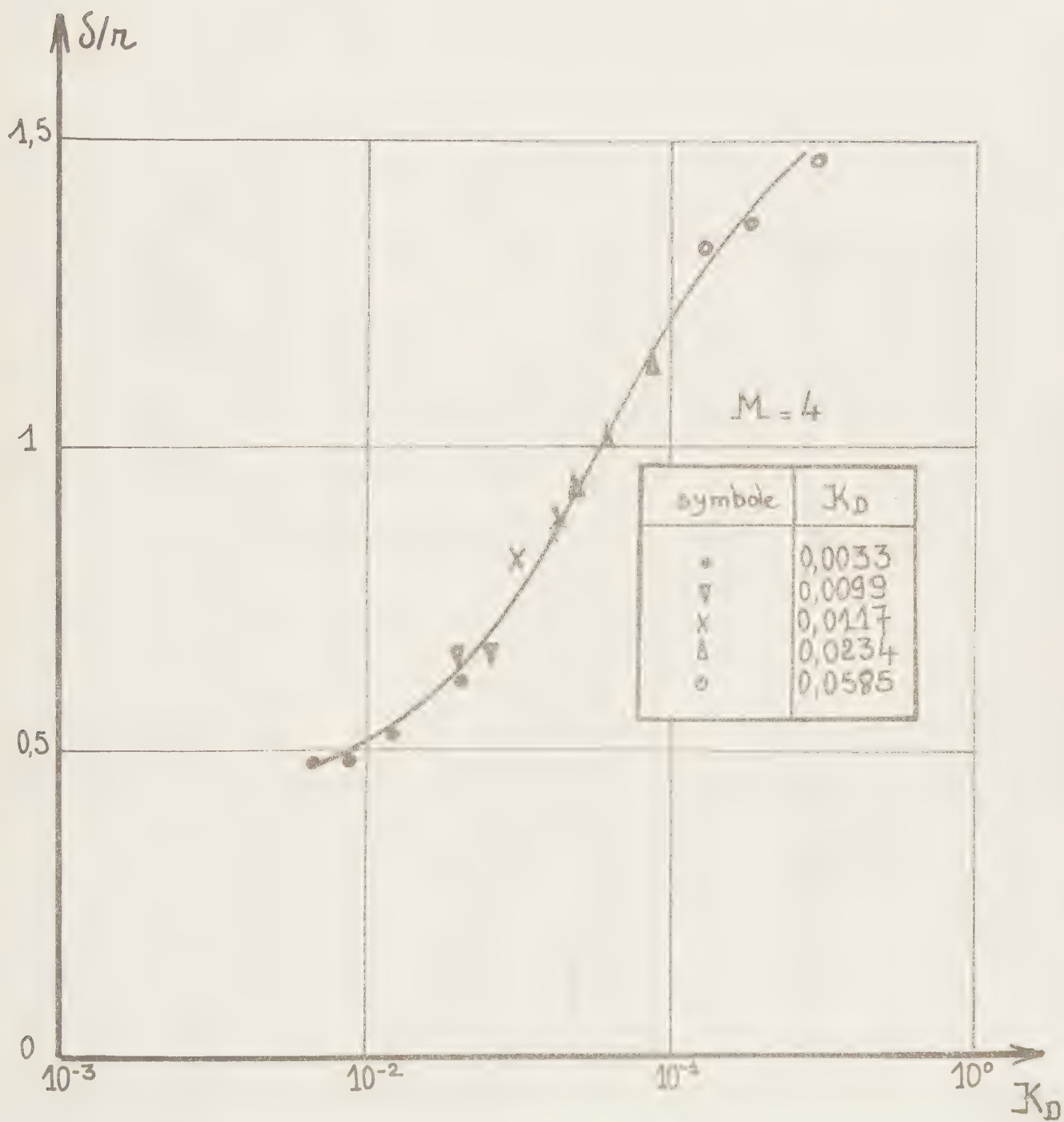


FIGURE: 2-27



FIGURE: 2.28

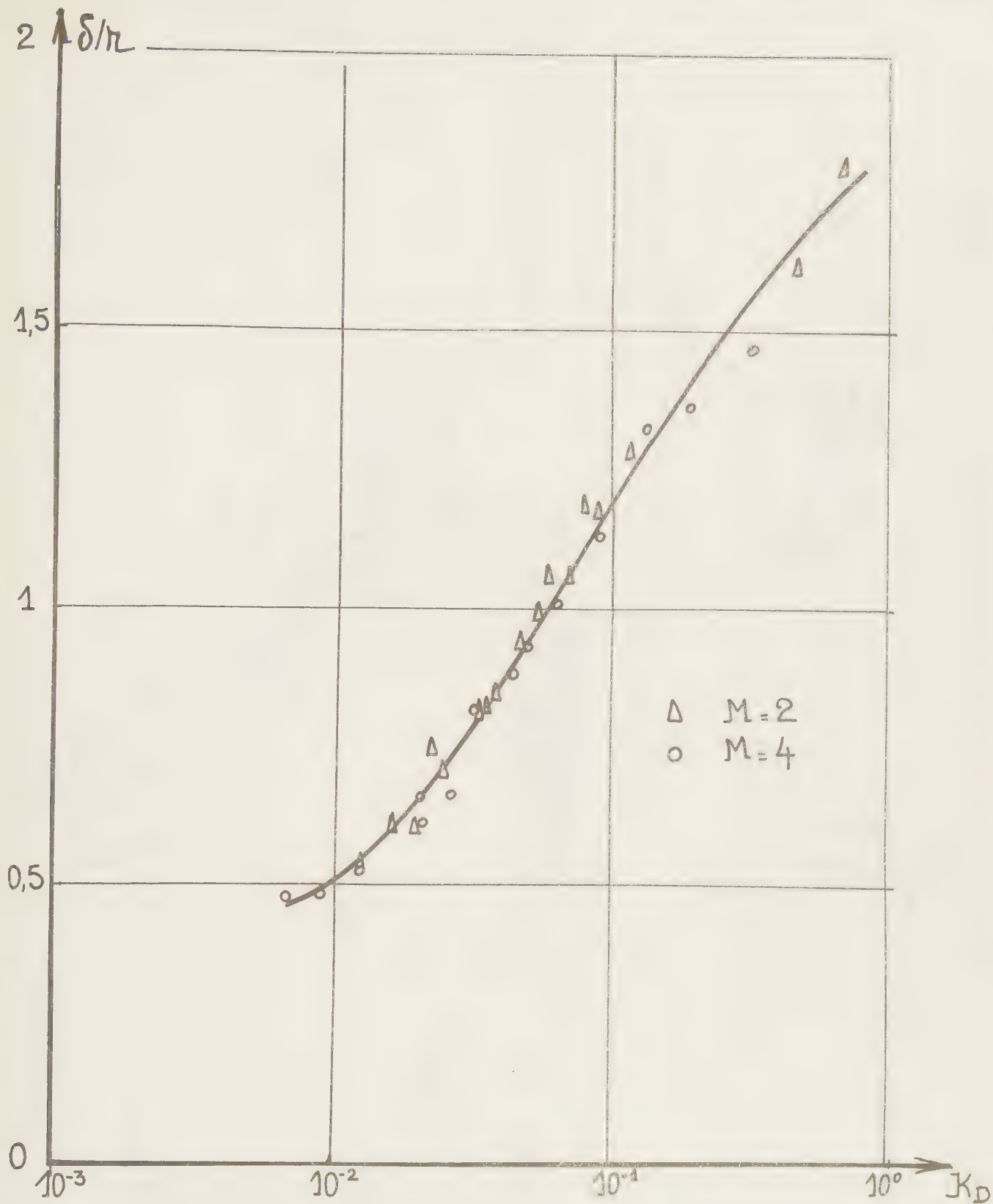


FIGURE:2-29

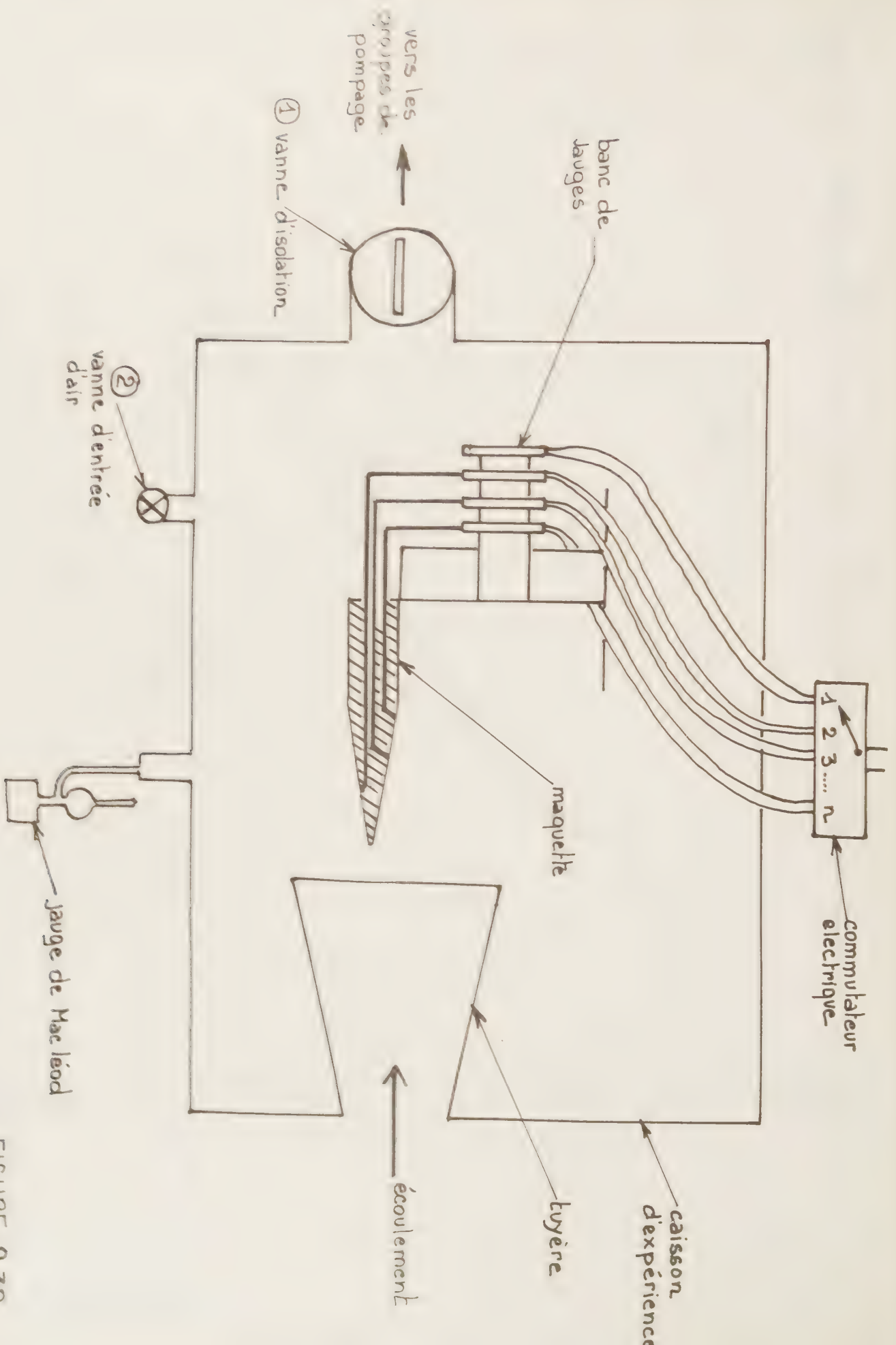


FIGURE : 2-30

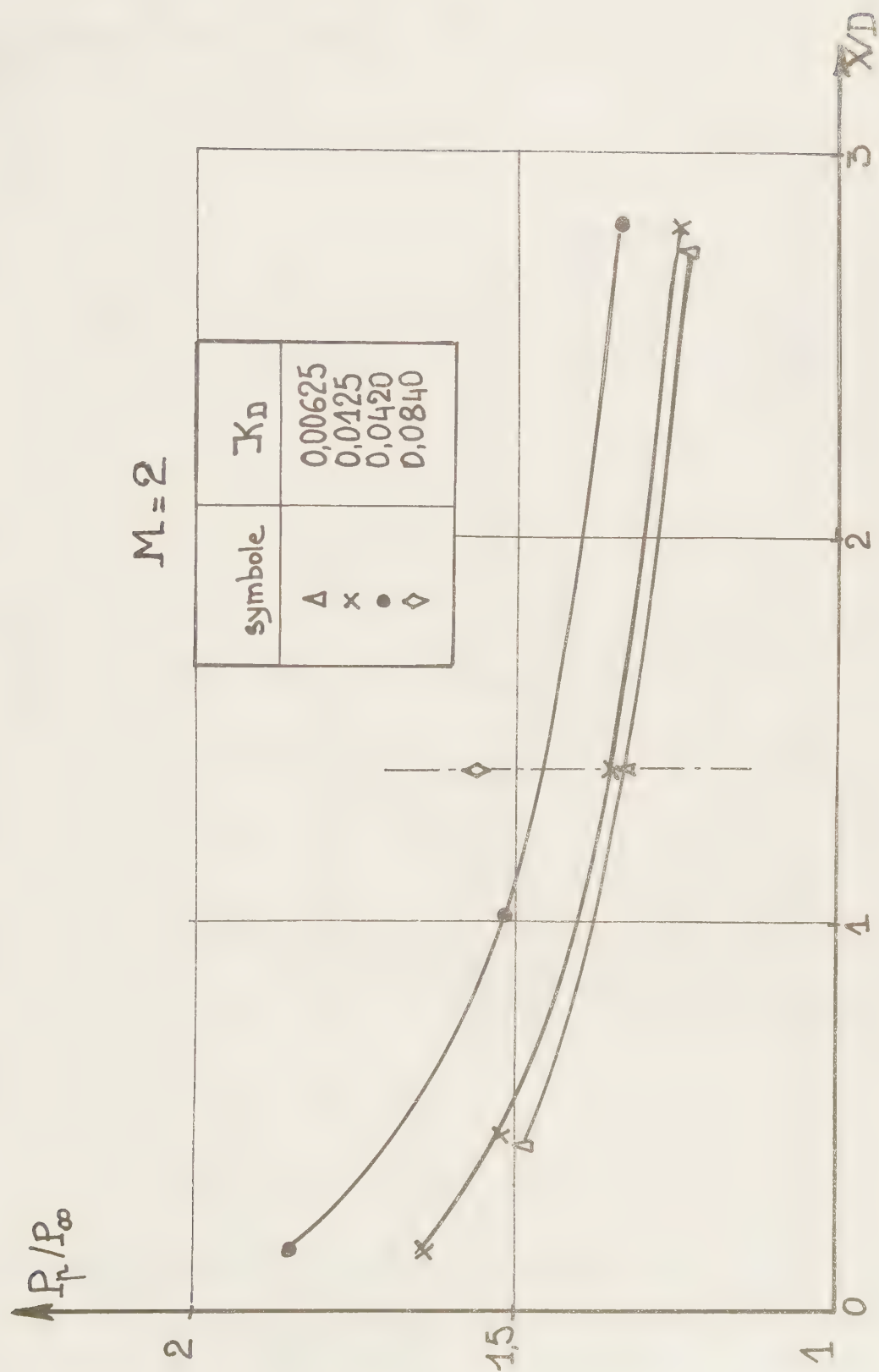


FIGURE 2-31

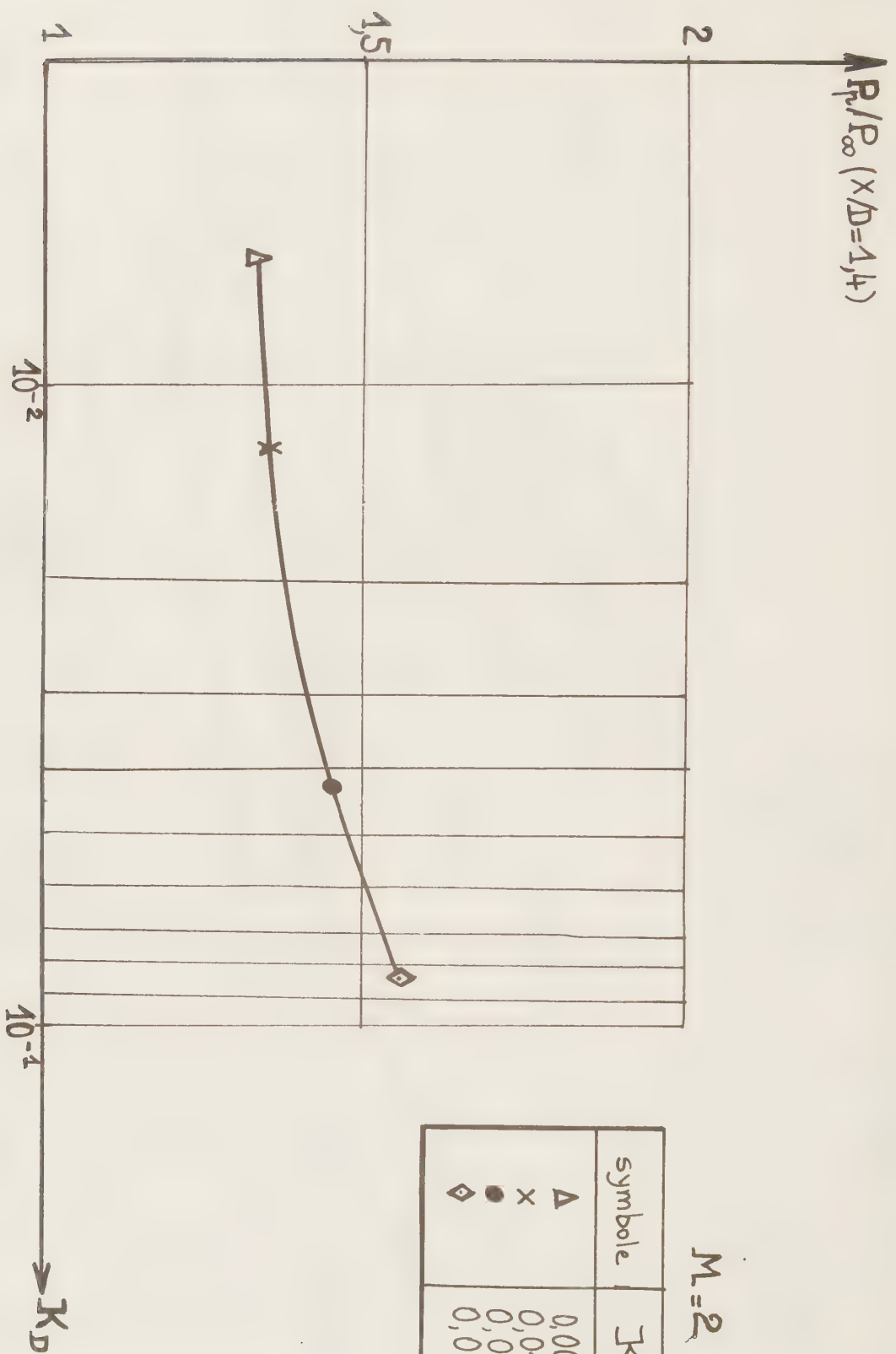


FIGURE:2.32

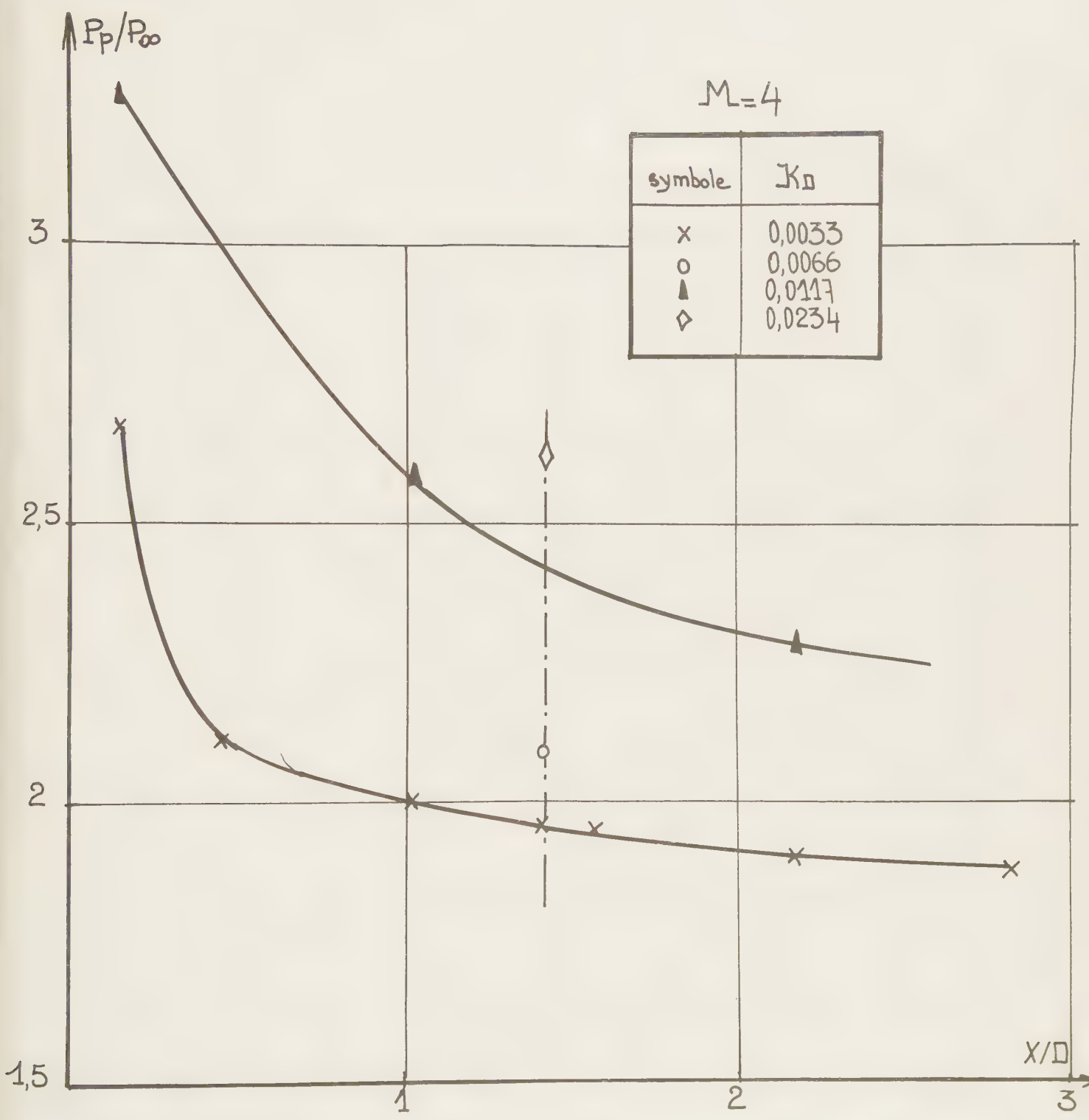


FIGURE 2.33

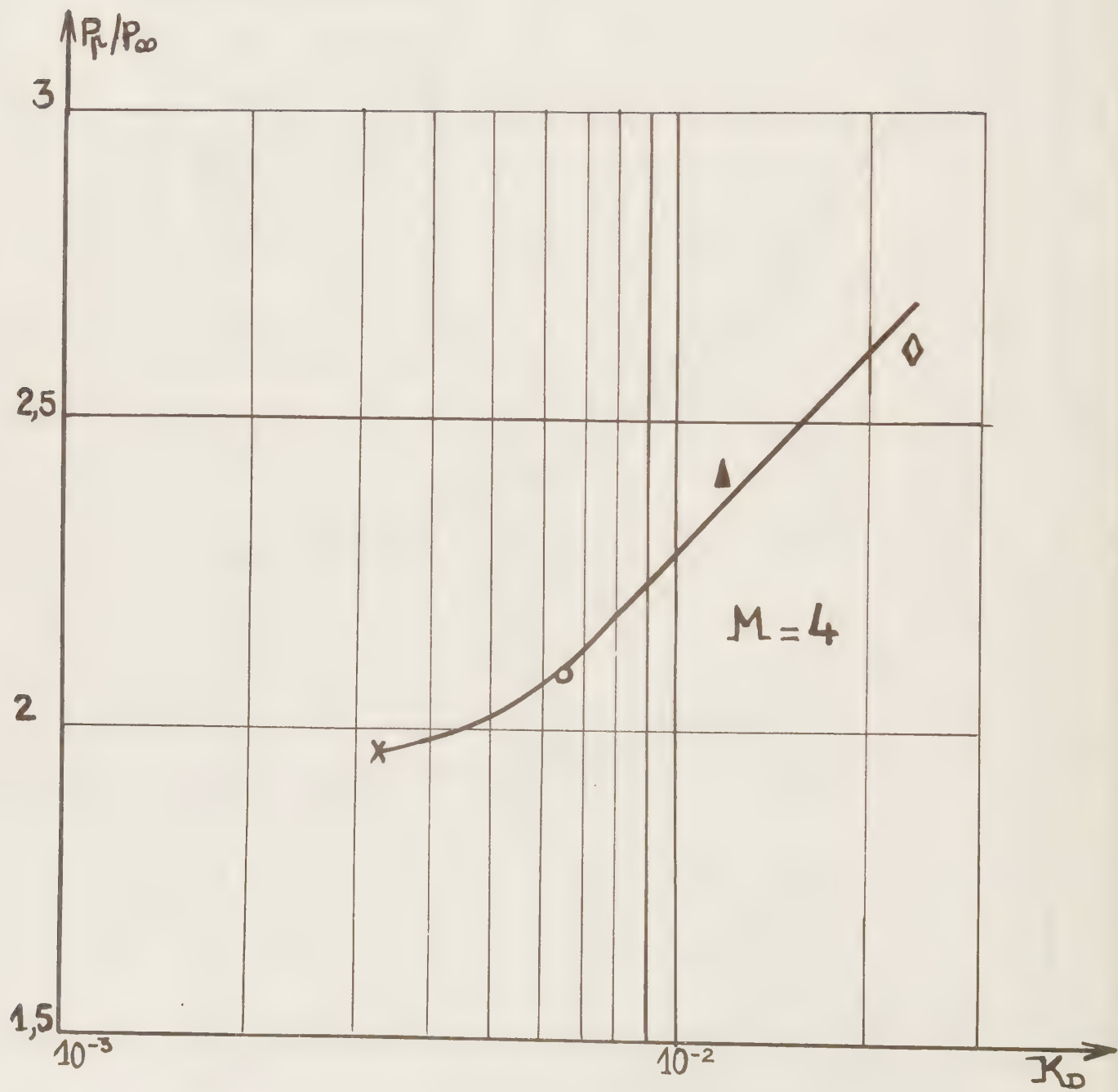


FIGURE: 2-34

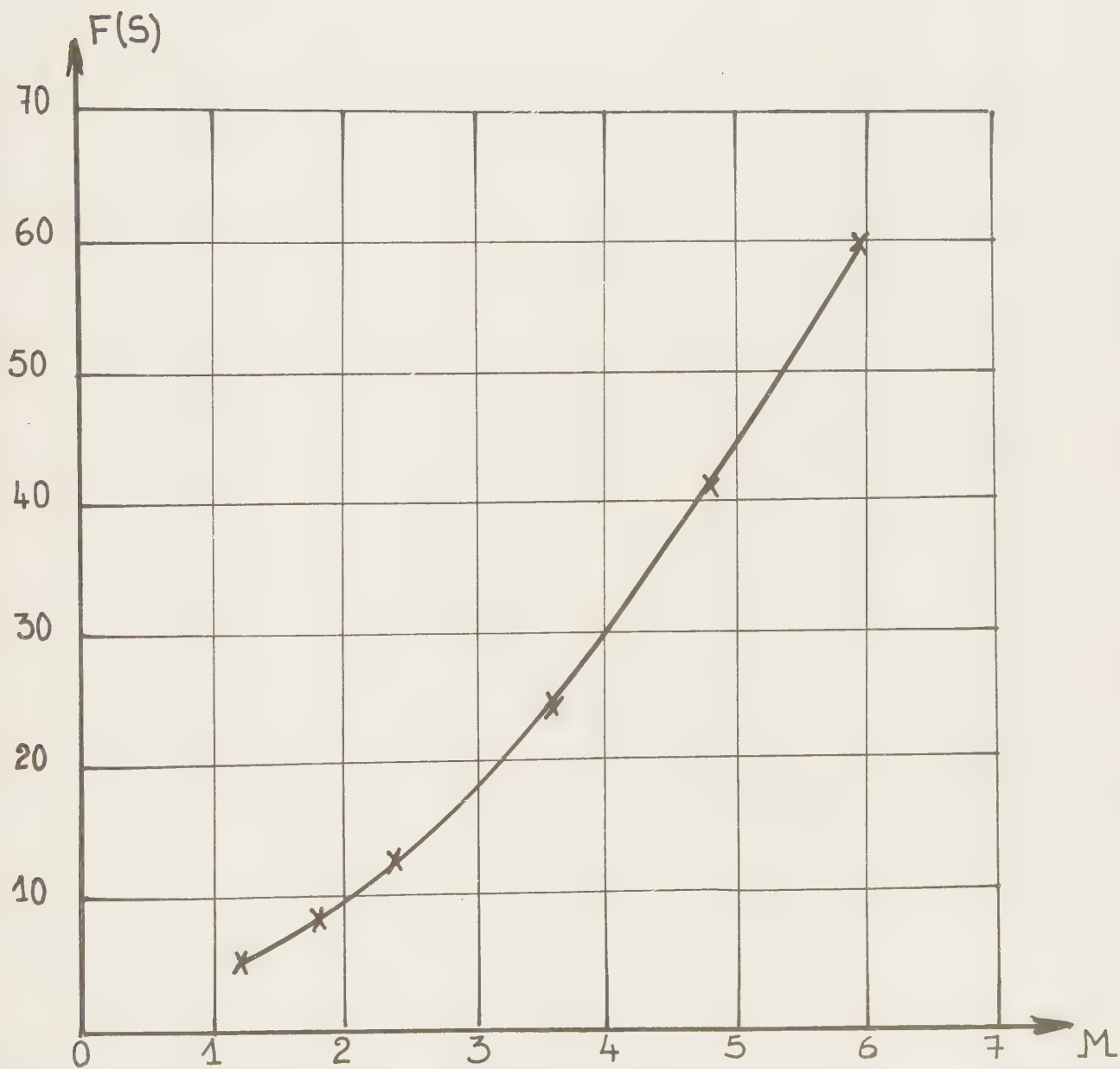


FIGURE: 2.35

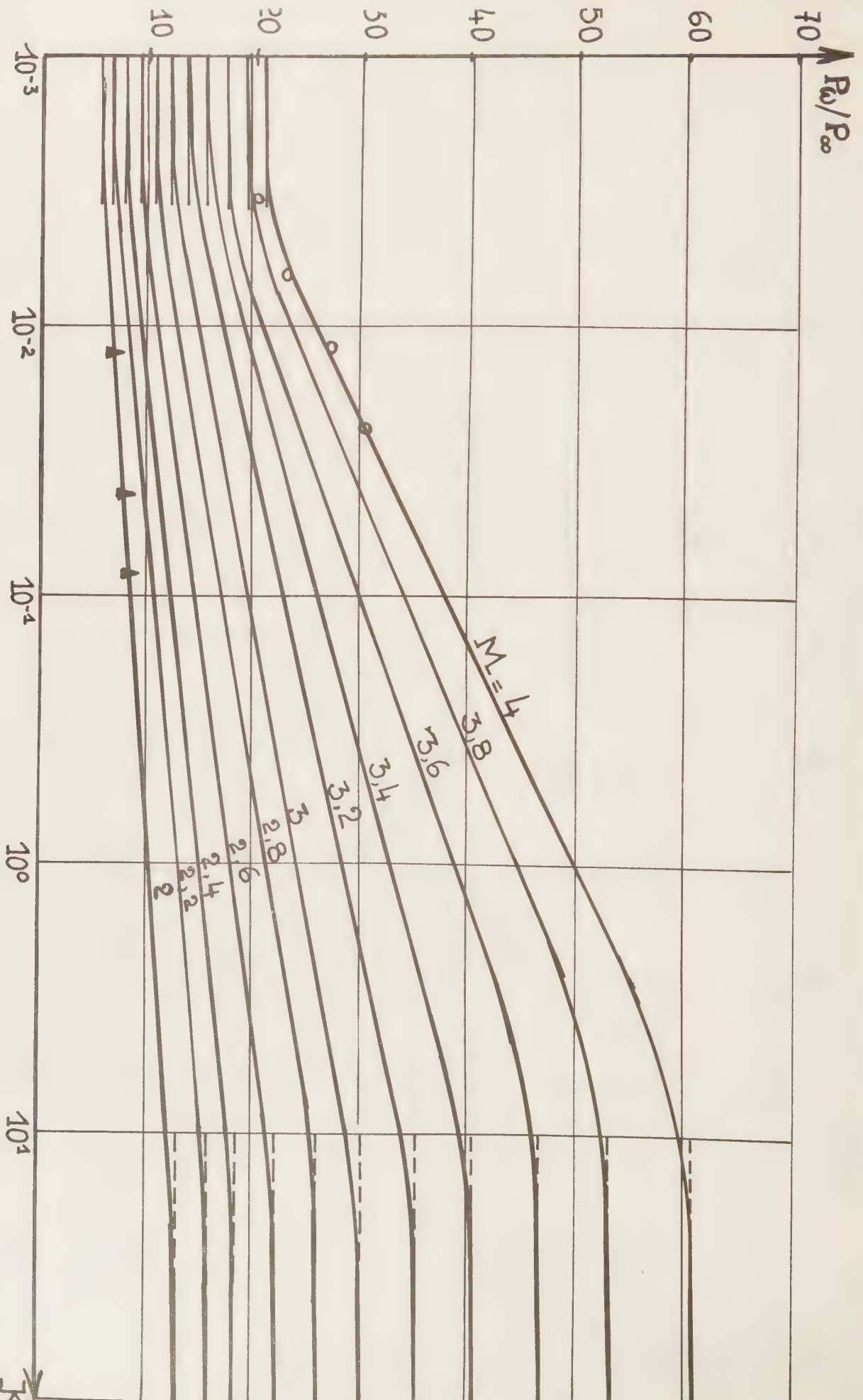


FIGURE:2-36

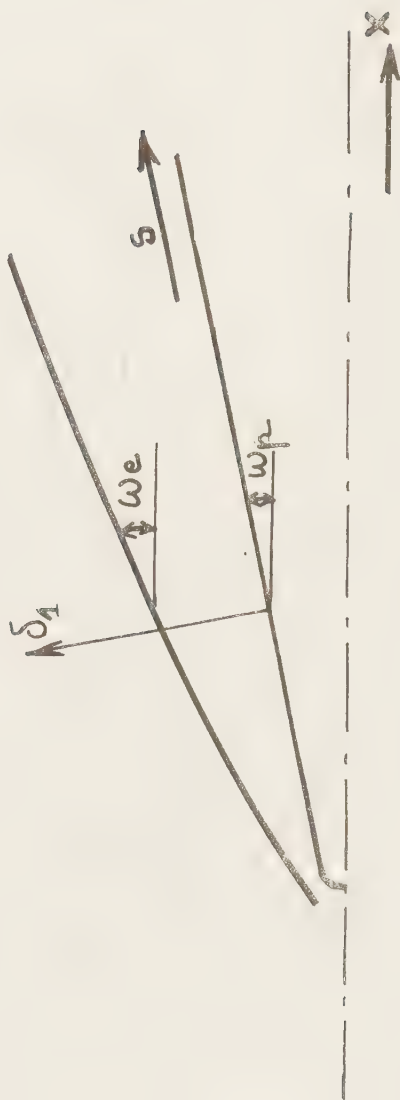


FIGURE: 3-1

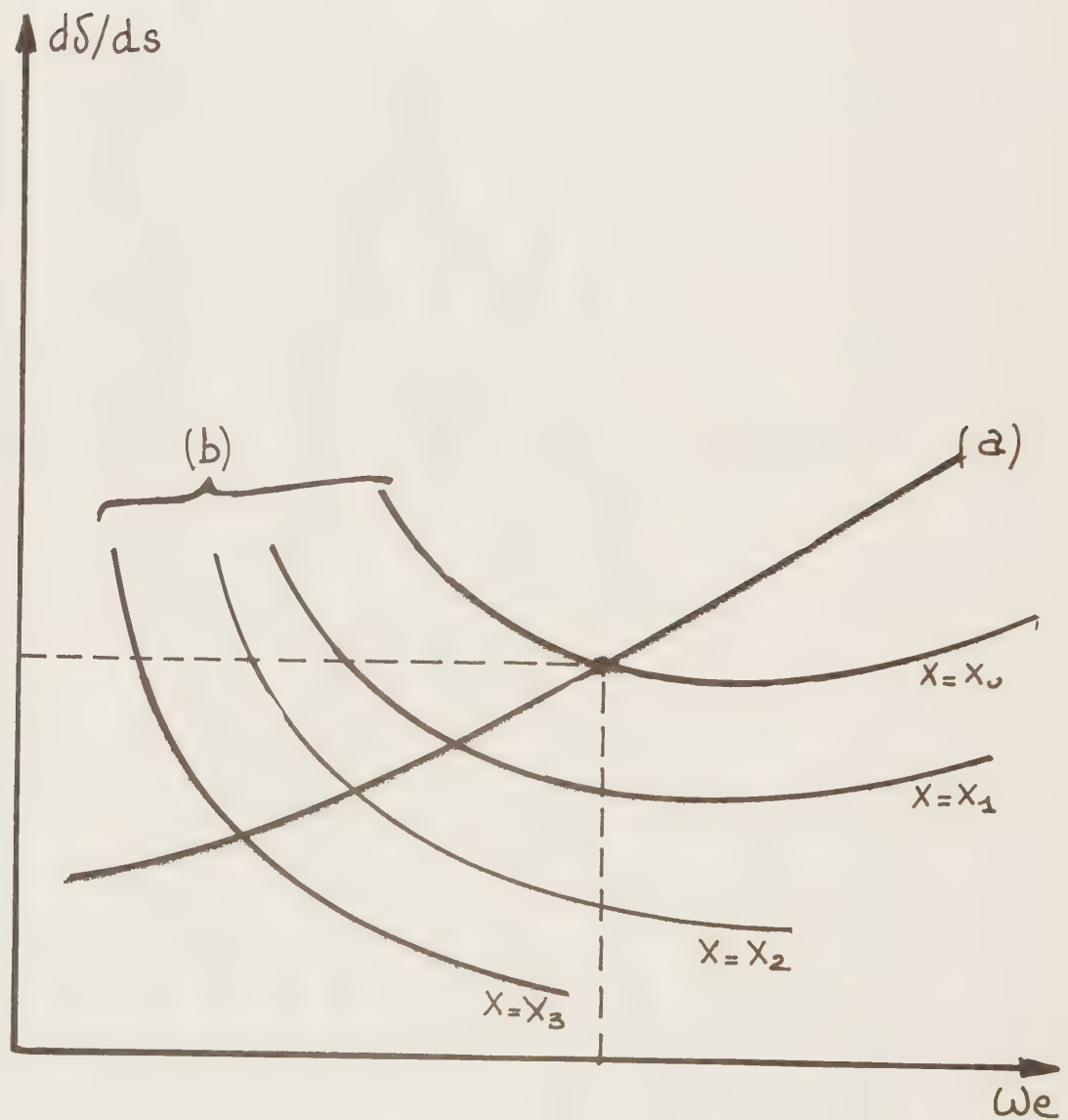


FIGURE:3.2

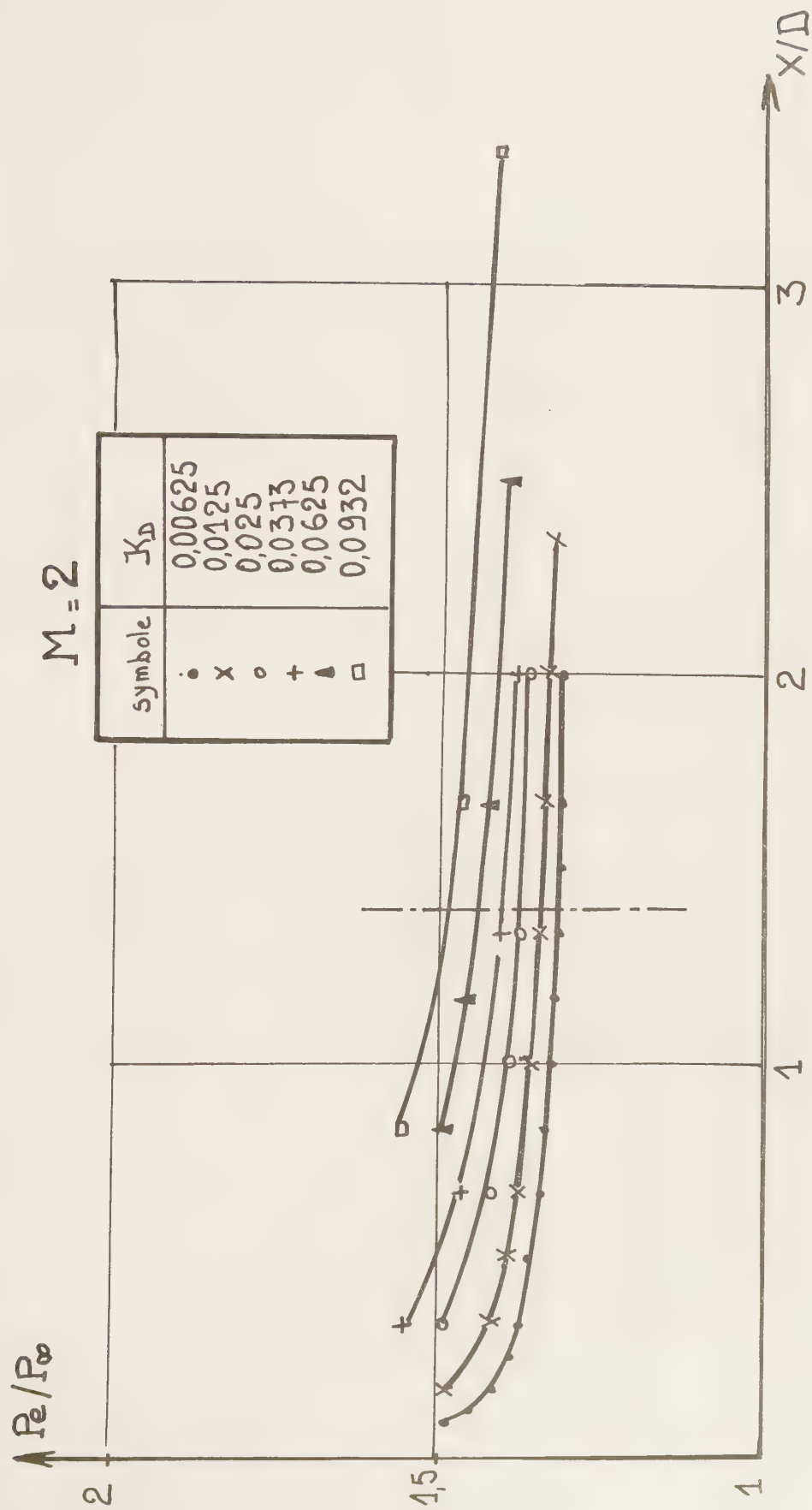


FIGURE :3-3

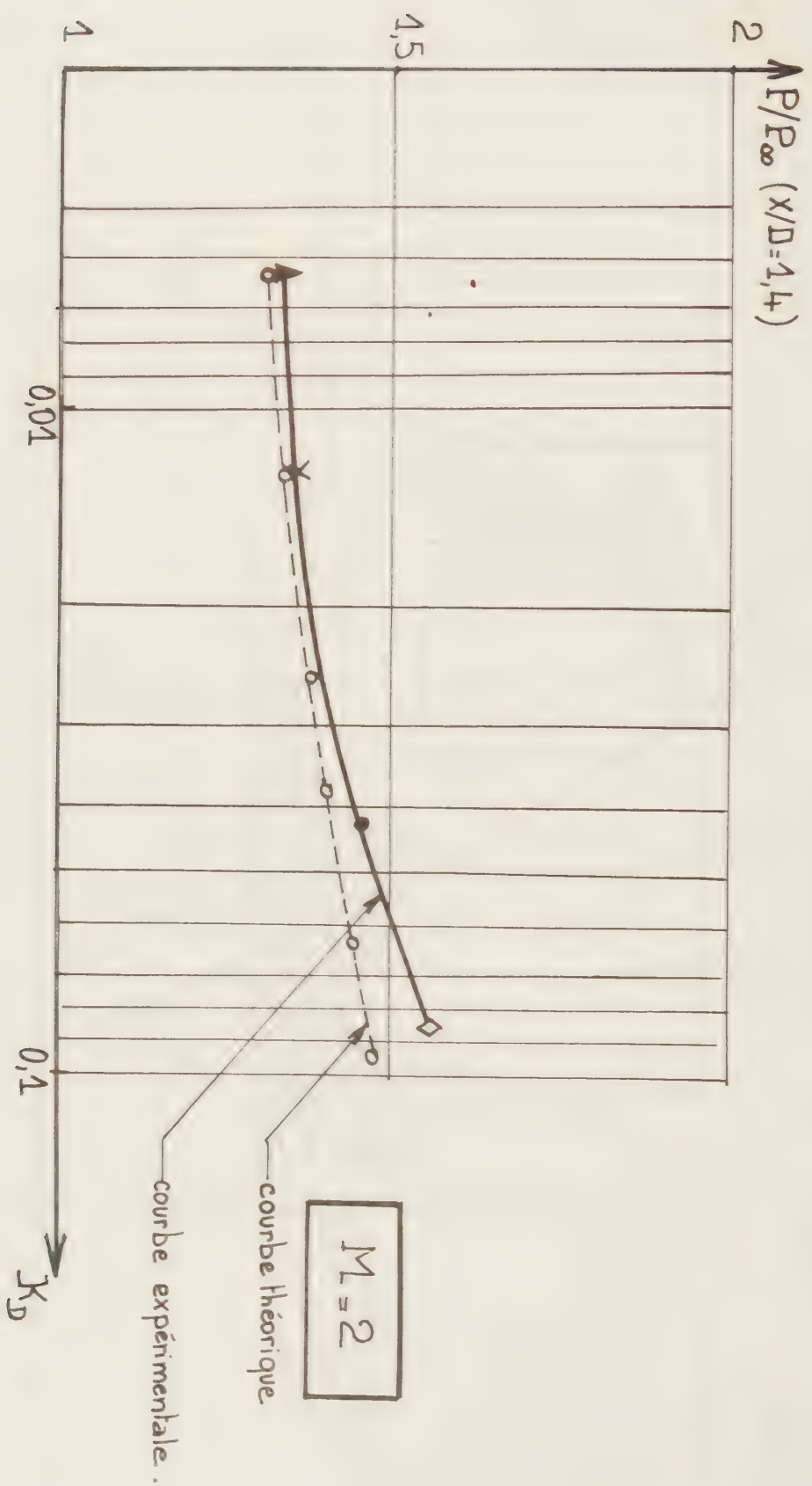


FIGURE: 3-4

$M_\infty = 4$

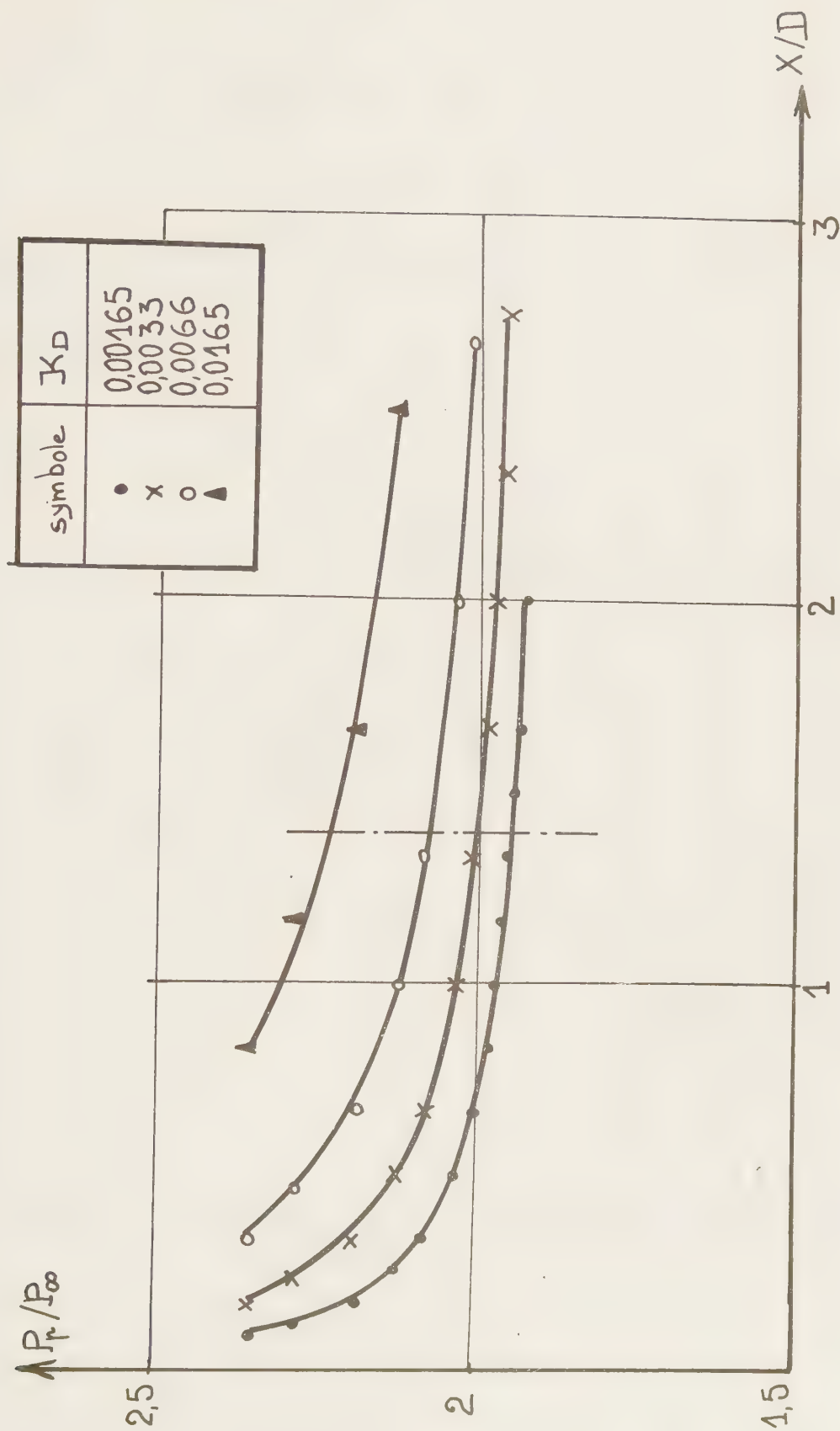


FIGURE: 3.5

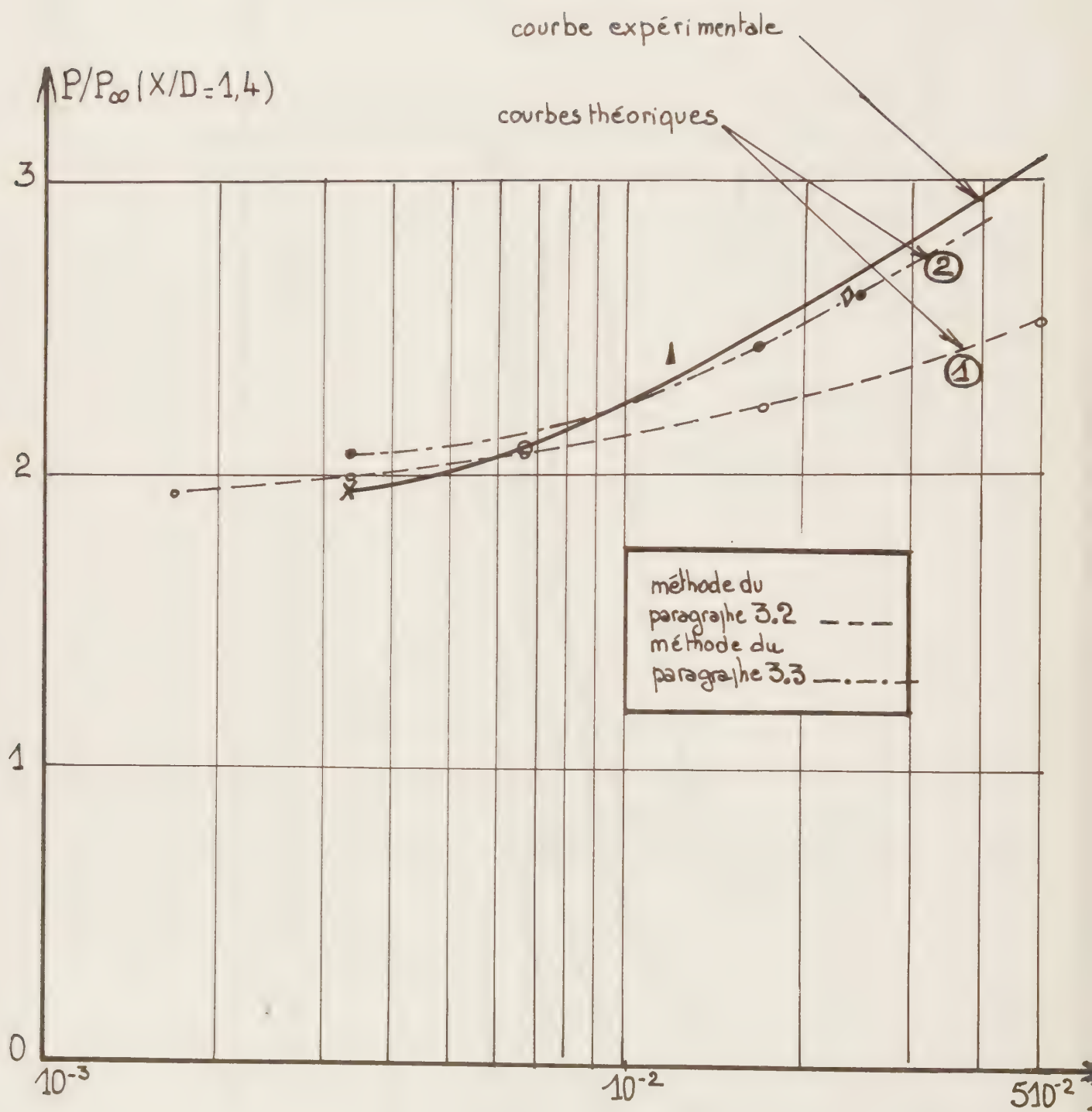


FIGURE: 3-6

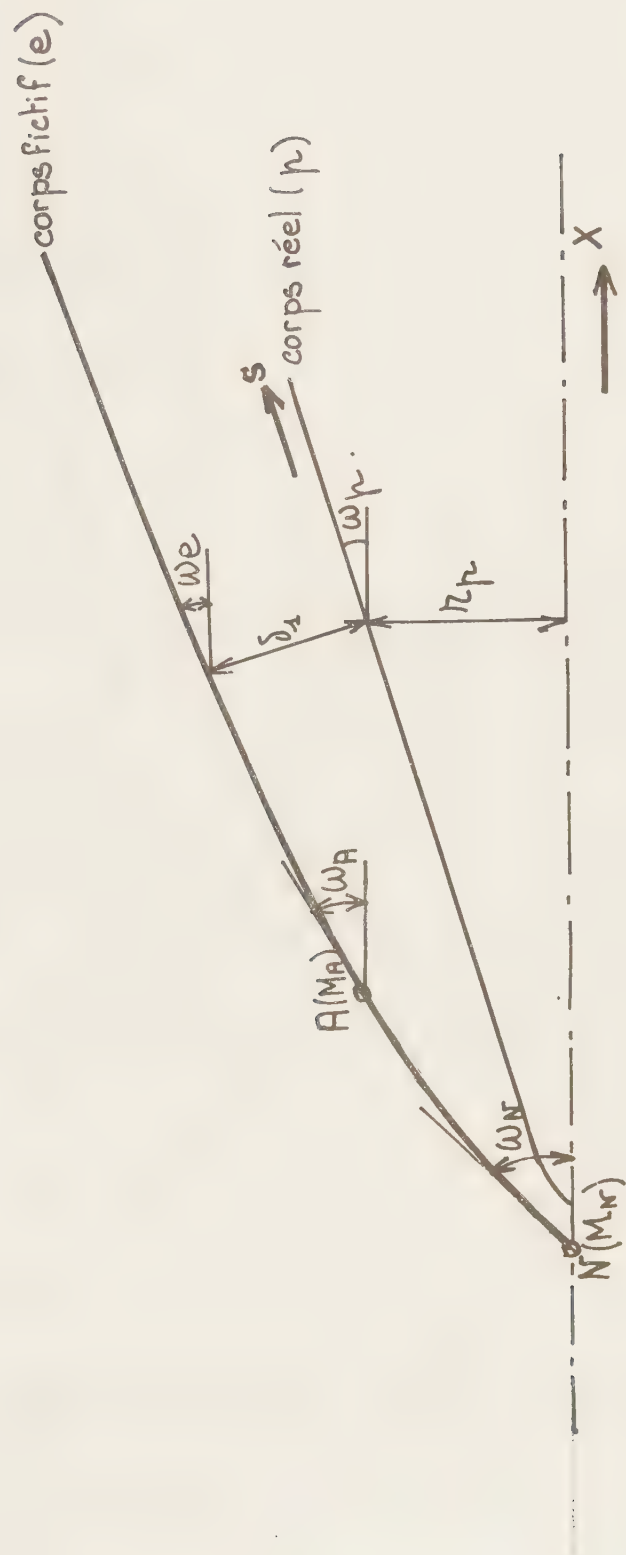


FIGURE : 3-7

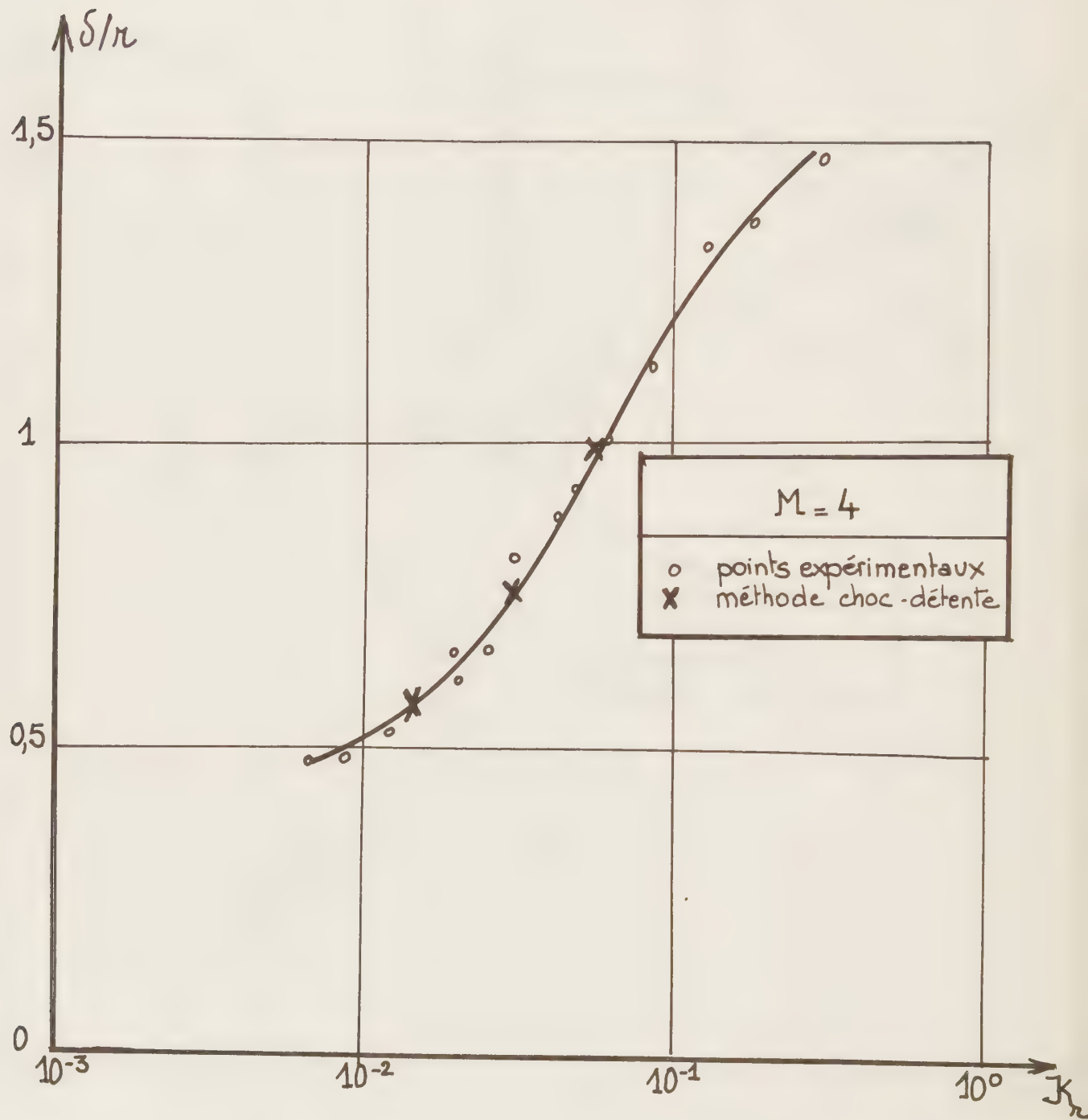


FIGURE: 3-8

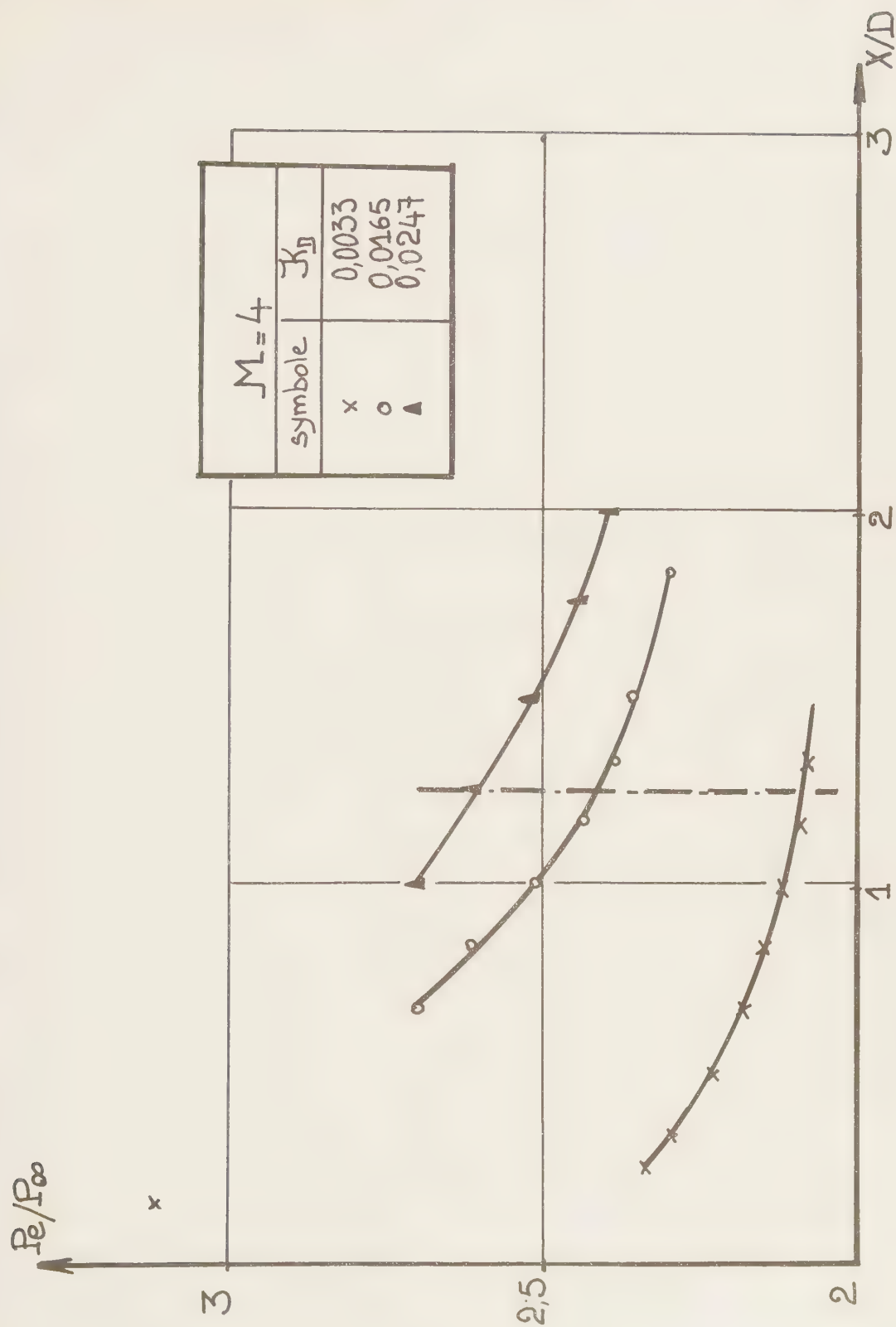


FIGURE: 3.9

Imprimé aux Laboratoires de Bellevue
1, Place Aristide-Briand, à Bellevue (Seine-et-Oise)

